Ayo Menganalisis

(Masalah Kontroversial Eksplisit)

Seorang guru memberikan suatu soal kepada siswa sebagai berikut.

Sederhanakan bentuk eksponen $\frac{2^{-3}}{2^2}$!

Lalu dua orang siswa, yaitu siswa A dan B menjawab dengan cara yang berbeda.

Siswa A menjawab seperti berikut.

$$\frac{2^{-3}}{2^2} = 2^{-3} \cdot 2^{-2} = 2^{-3-2} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

Sedangkan siswa B menjawab seperti berikut.

$$\frac{2^{-3}}{2^2} = \frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} = 2^{-3} \cdot 2^2 = 2^{-3+2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

Didapatkan hasil akhir yang berbeda dari kedua penyelesaian siswa tersebut.

Pertanyaan :

Apakah jawaban siswa A dan B masuk akal? Berikan pendapat kalian mengenai kontradiksi yang terjadi pada penyelesaian soal tersebut beserta penjelasannya!

LIVEWORKSHEETS

Ayo Menyelidiki

Terdapat 2 jawaban serta 2 penyelesaian yang berbeda dari soal yang diberikan.

Pertama, mari perhatikan penyelesaian siswa A.

$$\frac{2^{-3}}{2^2}$$

$= 2^{-3} \cdot 2^{-2}$ ..... **(1)**

$= 2^{-3-2}$ ..... **(2)**

$= 2^{-5}$ ..... **(3)**

$= \frac{1}{2^5}$ ..... **(4)**

$= \frac{1}{32}$ ..... **(5)**

Soal pembagian di atas dapat diubah ke dalam bentuk perkalian dengan rumus :

$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

Jika kita uraikan soal di atas, maka akan menjadi :

$$\frac{2^{-3}}{2^2} = \qquad \times \frac{1}{\qquad}$$

Kemudian, bentuk pecahan $\frac{1}{\qquad}$ diubah ke dalam eksponen menjadi

berdasarkan sifat eksponen .

LIVEWORKSHEETS

Setelah itu, akan didapatkan bentuk pada langkah (1). Dengan kata lain, kita dapat mengubah operasi pembagian bilangan eksponen ke dalam operasi perkalian dengan mengubah tanda pangkat eksponen pada penyebut menjadi berlawanan.

Pada langkah (1) digunakan sifat eksponen sehingga mendapatkan bentuk pada langkah (2).

Setelah dioperasikan, diperoleh hasil pada langkah (3). Pada langkah ini, hasilnya masih berupa eksponen dengan pangkat negatif, maka akan digunakan sifat eksponen untuk mengubahnya menjadi pangkat positif. Sehingga didapatkan hasil pada langkah (4).

Kemudian, hasil pada langkah (4) disederhanakan dan diperolehlah hasil akhir yaitu pada langkah (5).

Selain itu, kita bisa menggunakan sifat eksponen untuk menyelesaiakan soal pembagian eksponen, yang mana sifat ini akan langsung mengarahkan kita kepada langkah (2) seperti penyelesaian siswa A tersebut.

Mari perhatikan penyelesaian siswa B.

$$\frac{2^{-3}}{2^2}$$

$$= \frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} \quad \text{..... (1)}$$

$$= 2^{-3} \cdot 2^2 \quad \text{..... (2)}$$

$$= 2^{-3+2} \quad \text{..... (3)}$$

LIVEWORKSHEETS

$= 2^{-1}$ ..... **(4)**

$= \frac{1}{2}$ ..... **(5)**

Bentuk soal pembagian di atas dapat diubah menjadi langkah (1). Pada langkah (1) ini digunakan sifat eksponen .

Tetapi, terjadi kekeliruan pada langkah (2). Bentuk langkah (1) akan kita uraikan menggunakan rumus $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$, sehingga :

$a =$

$b =$

$$\frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} = \quad \times \left\{ \frac{1}{(\quad)^{1}} \right\} = \quad \times \left(\quad \times \frac{}{} \right) = \quad \times$$

Jika kita perhatikan, bentuk yang mendapat tanda kurung kurawal dapat diubah menjadi :

$$\left\{ \frac{1}{(\quad)^{1}} \right\} = \left(\frac{}{} \right)$$

Hal ini berdasarkan sifat eksoponen . Bila kita lengkapi penyelesaian sebelumnya akan menjadi :

$$\frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} = \quad \times \left(\frac{}{} \right) \quad = \quad \times \left\{ \frac{1}{(\quad)^{1}} \right\}$$

LIVEWORKSHEETS

$= \quad \times \left(\quad \times \text{——} \right) = \quad \times$

Didapatkan hasilnya .

Jadi, operasi pembagian bilangan eksponen bisa diubah ke dalam operasi perkalian dengan cara mengubah tanda pangkat eksponen pada penyebut menjadi berlawanan.

Kita juga bisa menggunakan rumus $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \quad \times \text{——} = \text{——}$ untuk mempersingkat langkah penyelesaian, sehingga :

$a =$

$b =$

$c =$

$\frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} = \quad \times \left(\text{——} \right) = \quad \times$

Didapatkan hasil yang sama. Sehingga, bentuk penyelesaian yang seharusnya pada langkah (2) adalah .

Setelah itu, langkah (2) kita operasikan menggunakan sifat eksponen dan diperoleh bentuk pada langkah (3).

Kemudian, akan diperoleh hasilnya pada langkah (4), yaitu .

LIVEWORKSHEETS

Karena hasil akhir masih berpangkat negatif, kita ubah menjadi pangkat positif dengan sifat eksponen .

Setelah itu didapatkan hasil akhir yang seharusnya pada langkah (5), yaitu .

Hasil akhir ini dapat disederhanakan menjadi .

Jika kita merekonstruksi penyelesaian soal oleh siswa B secara keseluruhan, maka proses yang seharusnya terjadi adalah :

$$\frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} = \quad \times \left(\quad \right) \quad = \quad \times \left\{ \frac{1}{\left(\quad \right)^{1}} \right\}$$

$$= \quad \times \left(\quad \times \quad \right) = \quad \times \quad = \quad =$$

$$= \quad = \quad$$

atau

$$\frac{2^{-3}}{2^{2}} = \frac{2^{-3}}{\frac{1}{2^{-2}}} = \quad \times \left(\quad \right) = \quad \times \quad = \quad =$$

LIVEWORKSHEETS

$= \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Dari proses penyelidikan yang telah dilakukan, dapat kita ketahui bahwa langkah penyelesaian yang tepat dilakukan oleh siswa sehingga didapatkan jawaban akhir yang benar.

Jadi, jawaban siswa A masuk akal karena ,
sedangkan jawaban siswa B tidak masuk akal karena .

LIVEWORKSHEETS

Ayo Menyimpulkan

Dari kegiatan yang sudah dilakukan sebelumnya, apa yang dapat kalian simpulkan?

LIVEWORKSHEETS