

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK **PROGRAM LINIER**


Nama:


Kelas:



PROGRAM LINIER


PENDAHULUAN

 **Program linier** adalah suatu program untuk menyelesaikan permasalahan yang batas-batasnya berbentuk sistem pertidaksamaan linier dua variabel (SPTLDV).


 **Pertidaksamaan linier dua variabel** adalah suatu pertidaksamaan garis yang terdiri dari dua variabel dengan menggunakan simbol pertidaksamaan, yaitu simbol ($<$, $>$, \leq , dan \geq).

Bentuk umum pertidaksamaan linier dua variabel, antara lain:

- $ax + by + c < 0$
- $ax + by + c > 0$
- $ax + by + c \leq 0$
- $ax + by + c \geq 0$

 **Sistem pertidaksamaan linier dua variabel** adalah suatu cara yang digunakan untuk menentukan solusi dari daerah penyelesaian pada pertidaksamaan linier dua variabel.

DAERAH PENYELESAIAN

 **Daerah penyelesaian** merupakan himpunan penyelesaian (nilai benar) dari PTLDV atau SPTLDV.

 **Langkah menentukan DP:**

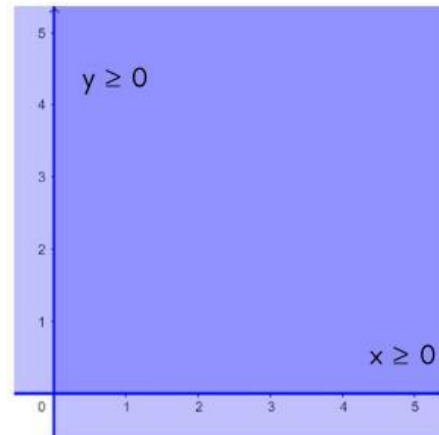
1. **Tentukan dua buah titik sembarang** dari pertidaksamaan.
2. **Tarik garis** sehingga kedua titik terhubung dan membagi bidang kartesius menjadi dua bagian.
3. **Periksa/uji nilai titik** di salah satu bagian yang telah terbagi tadi, dengan memasukkan nilai x dan y titik ke pertidaksamaan.
4. **Jika** daerah yang terdapat titik yang diuji nilainya bernilai benar, maka itulah daerah penyelesaian.
5. **Jika** pertidaksamaan mempunyai sama dengan, maka titik-titik pada garis juga merupakan daerah penyelesaian.

Contoh:

Tentukan daerah penyelesaian dari SPTLDV berikut ini:

$$\begin{array}{ll} x \geq 0 \dots (1) & 2x + 5y \geq 10 \dots (3) \\ y \geq 0 \dots (2) & 4x + y > 8 \dots (4) \end{array}$$

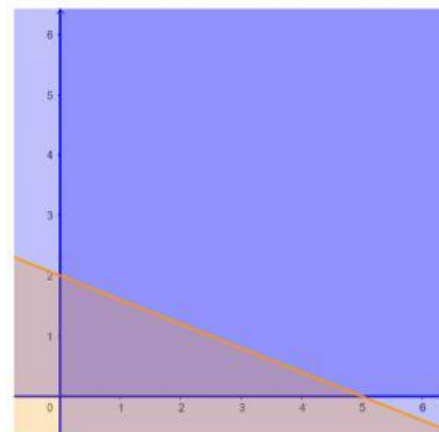
Persamaan 1 dan 2



Persamaan 3

$$2x + 5y = 10$$

x	0	5
y	2	0



Uji nilai untuk koordinat (0, 0)

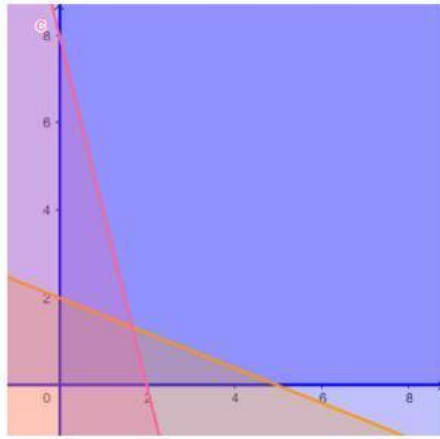
$$2(0) + 5(0) = 10$$

$0 = 10$ pernyataan awal adalah \geq , maka daerah tempat titik yang diuji nilai bernilai salah.

Persamaan 4

$$4x + y = 8$$

x	0	2
y	8	0



Uji nilai untuk koordinat (0, 0)

$$4(0) + (0) = 10$$

$0 = 10$ pernyataan awal adalah \geq , maka daerah tempat titik yang diuji nilai bernilai salah.

NILAI OPTIMUM

Titik optimum adalah titik-titik pojok daerah himpunan penyelesaian yang menyebabkan fungsi objektif (fungsi tujuan) mencapai maksimum atau minimum.

Nilai optimum adalah nilai maksimum dan nilai minimum dari fungsi objektif/sasaran $[f(x, y)]$ suatu daerah penyelesaian pada program linier.

Fungsi objektif (fungsi tujuan) biasanya dilambangkan dengan:
 $f(x, y) = ax + by$ atau $z = ax + by$

Cara menentukan nilai optimum ada dua, yaitu cara uji titik pojok dan cara garis selidik.

Langkah-langkah cara uji titik pojok:

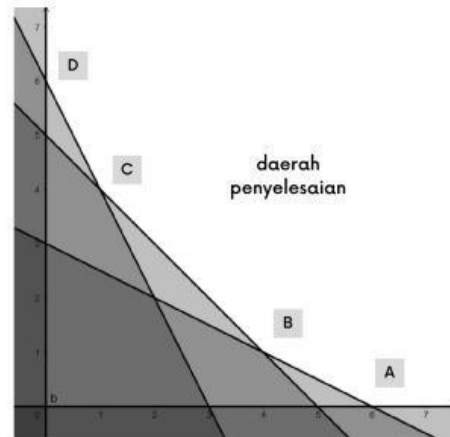
1. Buat gambar DP jika belum ada.
2. Menentukan koordinat masing-masing titik pojok.
3. Memasukan nilai x dan y ke persamaan garis.

Langkah-langkah cara garis selidik:

1. Menentukan skala garis selidik menggunakan fungsi objektif/sasaran $[f(x, y) = k]$
2. Garis selidik yang tidak memotong daerah penyelesaian saat menyelidiki suatu titik pojok adalah nilai optimum.
3. Jika nilai x positif, maka nilai maksimum berada di titik yang lebih kanan, dan nilai minimum di titik yang lebih kiri.
4. Jika nilai x negatif, maka nilai maksimum berada di titik yang lebih kiri, dan nilai minimum di titik yang lebih kanan.

Contoh 1: (cara uji titik pojok)

Tentukan nilai minimum dari $500x + 400y$ pada daerah penyelesaian di bawah ini!



Titik yang tidak diketahui koordinatnya adalah titik B dan titik C.

Persamaan garis (1): Persamaan garis (2):

$$6x + 3y = 3 \cdot 6$$

$$5x + 5y = 5 \cdot 5$$

$$2x + y = 6$$

$$x + y = 5$$

Persamaan garis (3):

$$3x + 6y = 6 \cdot 3$$

$$x + 2y = 6$$

Titik B (titik potong garis 2 dan 3)

$$\text{Eliminasi: } x + 2y = 6$$

$$\underline{x + y = 5 -}$$

$$x = 1 \quad y = 4 \quad C = (1, 4)$$

Titik B (titik potong garis 1 dan 2)

$$\text{Eliminasi: } 2x + y = 6$$

$$\underline{x + y = 5 -}$$

$$x = 1 \quad y = 4 \quad C = (1, 4)$$

Uji nilai titik pojok (dari fungsi sasaran):

$$A = 500(0) + 400(0) = 3000$$

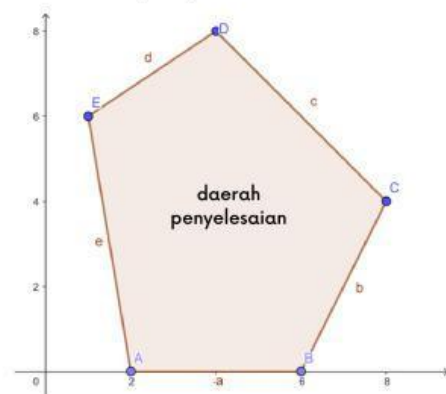
$$B = 500(4) + 400(1) = 2400$$

$$C = 500(1) + 400(4) = 2100 \text{ (nilai minimum)}$$

$$D = 500(0) + 400(6) = 2400$$

Contoh 2: (cara garis selidik)

Tentukan nilai maksimum serta minimum dari $2x - 6y$ pada daerah penyelesaian dibawah ini!



Maka, $x - 3y = k$

Titik optimum yang memenuhi ketentuan garis selidik adalah titik B dan titik D (tidak memotong).

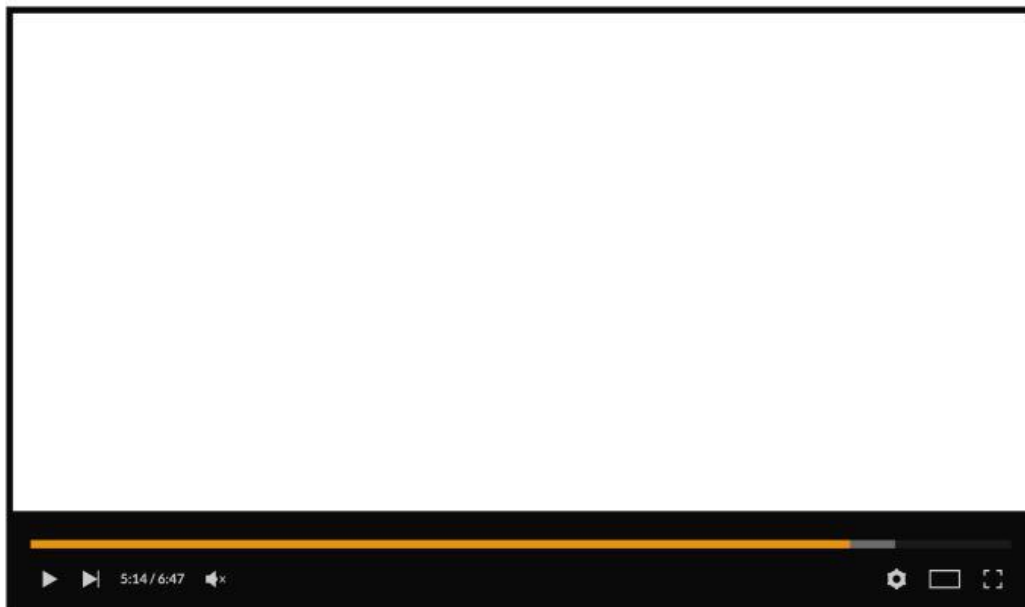
Karena x adalah positif, maka titik B adalah nilai maksimum dan titik D adalah nilai minimum.

$$B = 2(6) - 6(0) = \underline{12} \text{ (nilai maksimum)}$$

$$D = 2(4) - 6(8) = \underline{-40} \text{ (nilai minimum)}$$

PENYELESAIAN MASALAH DENGAN PROGRAM LINIER

Untuk memahami penyelesaian masalah dengan program linier, mari kita melihat video berikut ini.



Jika sudah memahami materi yang telah diberikan, silahkan mengerjakan lembar kerja peserta didik yang telah disediakan secara individu.



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Mata Pelajaran : Matematika
Pokok Bahasan : Program Linier
Kelas : XI SMA
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

Nama:

Kelas/No. Absen:

TUJUAN

1. Mengkonstruksi masalah kontekstual ke dalam bentuk sistem pertidaksamaan linier dua variabel (SPtLD)
2. Mengkonstruksi bentuk umum dari SPtLDV
3. Menjelaskan konsep daerah penyelesaian dari suatu SPtLDV
4. Menentukan daerah penyelesaian dari suatu SPtLDV



KEGIATAN 1

AYO AMATI MASALAH BERIKUT!



Rita akan membuat kue bolu dan donat. Untuk satu adonan kue bolu diperlukan 200 gr tepung terigu dan 100 gr gula pasir, sedangkan untuk satu adonan donat diperlukan 300 gr tepung terigu dan 80 gr gula pasir. Rita hanya mempunyai 9,4 kg tepung terigu dan 4 kg gula pasir. Jika keuntungan yang diperoleh dengan menjual kue bolu yang dibuat dari satu adonan adalah Rp80.000,00 dan keuntungan yang di dapat dari menjual donat yang dibuat dari satu adonan adalah Rp60.000,00, tentukan keuntungan maksimum yang didapat Rita!



Apa yang kamu ketahui dari masalah diatas? Jelaskan jawabanmu!

Diketahui:



AYO MENGUMPULKAN INFORMASI!



Buatlah model matematika dari masalah program linier. **Model matematika ini memuat fungsi tujuan** (berbentuk fungsi linier dua variabel) **beserta kendala-kendala** (berbentuk linier dua variabel) **yang harus dipenuhi.**

	Tepung	Gula
Kue Bolu		
Donat		
Persediaan		

Misalkan : 1 buah kue bolu =

1 buah donat =

Model matematika dari permasalahan tersebut adalah:

$$\text{----- } x + \text{----- } y \leq \text{-----} \quad (1)$$

$$\text{----- } x + \text{----- } y \leq \text{-----} \quad (2)$$

$$x \geq \text{-----}, y \geq \text{-----}$$

Dengan fungsi keuntungan ialah:

$$f(x, y) = \text{----- } x + \text{----- } y$$

Buatlah gambar grafik daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dua variabel. Kemudian tentukan titik-titik pojok pada daerah himpunan penyelesaian tersebut melalui langkah-langkah berikut.

Bentuk persamaan dari sistem pertidaksamaan di atas adalah:

$$\text{----- } x + \text{----- } y = \text{-----} \quad (1)$$

$$\text{----- } x + \text{----- } y = \text{-----} \quad (2)$$



Titik potong terhadap **sumbu x** dan **sumbu y**

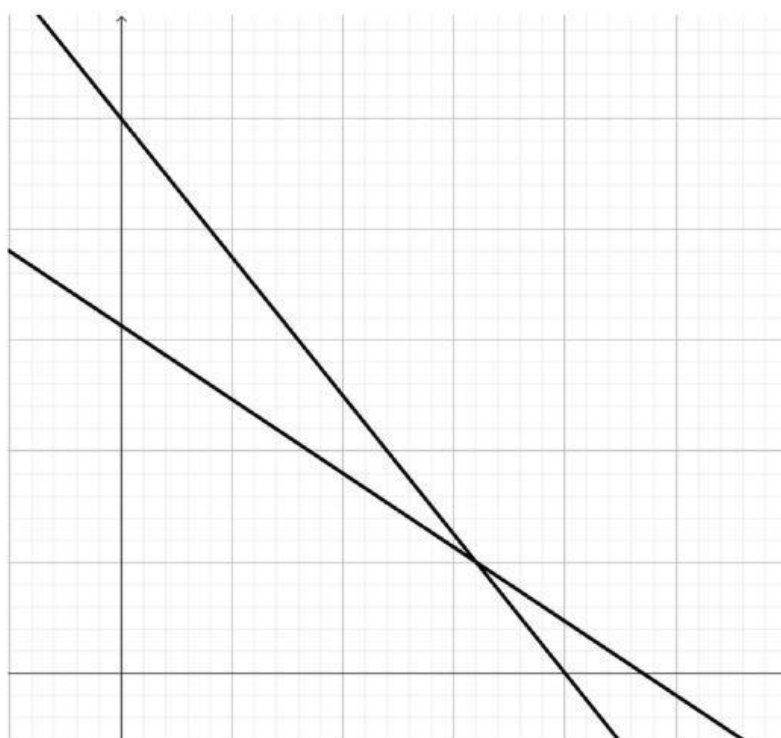
a. Untuk pers. (1) $\text{---} x + \text{---} y \leq \text{---} \rightarrow \text{---} x + \text{---} y = \text{---}$

	$\text{---} x + \text{---} y = \text{---}$	
x		
y		
(x, y)		

b. Untuk pers. (2) $\text{---} x + \text{---} y \leq \text{---} \rightarrow \text{---} x + \text{---} y = \text{---}$

	$\text{---} x + \text{---} y = \text{---}$	
x		
y		
(x, y)		

Gambar daerah himpunan penyelesaian dari permasalahan tersebut adalah sebagai berikut:



Nilai minimum fungsi tujuan $f(x, y) = ax + by$ dapat ditemukan. Begitu pula nilai x dan y yang menyebabkan **fungsi tujuan mencapai optimum**.

Terdapat 3 titik pojok, yaitu titik A(____, ____), titik B(____, ____), dan titik C(____, ____).

Titik potong B dapat dicari dengan metode eliminasi dan substitusi.

$$\begin{array}{l|l} \text{_____ } x + \text{_____ } y = \text{_____} & \text{_____ } x + \text{_____ } y = \text{_____} \\ \text{_____ } x + \text{_____ } y = \text{_____} & \text{_____ } x + \text{_____ } y = \text{_____} \\ & \hline & \text{_____} = \text{_____} \\ & \text{_____} = \text{_____} \end{array}$$

Substitusikan nilai _____ = _____ ke salah satu persamaan,

Maka akan didapatkan _____ = _____

Jadi, titik potong B(____, ____)

Uji masing-masing titik pojok ke dalam fungsi tujuan:

Titik Pojok	$f(x, y) = \text{_____ } x + \text{_____ } y$
A(____, ____)	
B(____, ____)	
C(____, ____)	

Tafsiran nilai optimum fungsi tujuan yang diperoleh sebagai penyelesaian akhir masalah program linier.

Jadi, agar mendapatkan keuntungan maksimum, banyaknya kue bolu yang dijual adalah _____ buah dan banyaknya donat yang dijual adalah _____ buah, dengan keuntungan sebesar _____.



KESIMPULAN

Jadi, pada pembelajaran hari ini dapat disimpulkan bahwa:

AYO BERLATIH!



Pesawat penumpang mempunyai tempat duduk 48 kursi. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg, sedangkan kelas ekonomi 20 kg. Pesawat hanya dapat membawa bagasi 1.440 kg. Harga tiket kelas utama Rp150.000 dan kelas ekonomi Rp100.000. Tentukan daerah penyelesaiannya agar meraih pendapatan terbesar!

Jawab:

