

**MATEMATIKA
PEMINATAN**

RUMUS-RUMUS TRIGONOMETRI

11

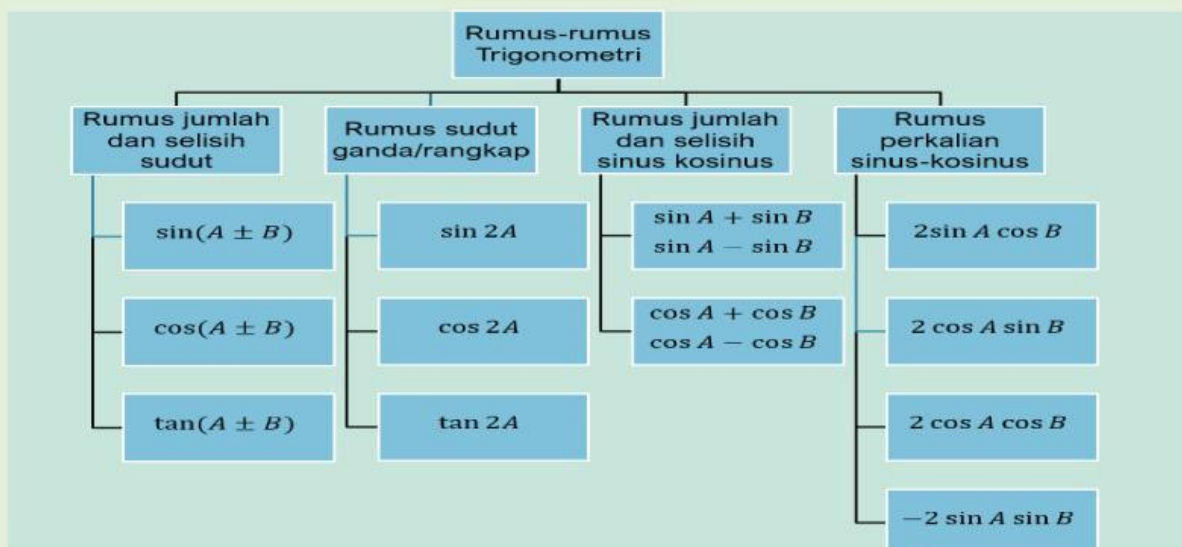
Ilmuwan Trigonometri

Abu al-Raihan Muhammad bin Ahmad al-Khawarizmi al-Biruni lebih dikenal dengan Al Biruni lahir di kota Khawarizmi, Uzbekistan pada tahun 362 H (973 M). Sepanjang hidupnya, al-Biruni telah menghasilkan karya tidak kurang dari 146 buku merupakan karya bidang astronomi, astrologi, geografi, farmakologi, matematika, filsafat, agama, dan sejarah. Al-Biruni dikenal sebagai matematikawan pertama di dunia yang membangun dasar-dasar trigonometri yang merupakan cabang ilmu matematika yang membahas tentang sudut segitiga. Meskipun ilmu trigonometri telah dikenal di Yunani, akan tetapi pematangannya ada di tangan al-Biruni. Al-Biruni telah memberikan sumbangan multidimensi terhadap dunia sains, para ilmuwan memberikan apresiasi terhadap karyanya sehingga International Astronomical Union (IAU) menyematkan nama al-Biruni kepada salah satu kawah di bulan. Kawah yang memiliki diameter 77,05 km itu diberi nama Kawah Al-Biruni (The Al-Biruni Crater).

Al Biruni Tokoh Trigonometri



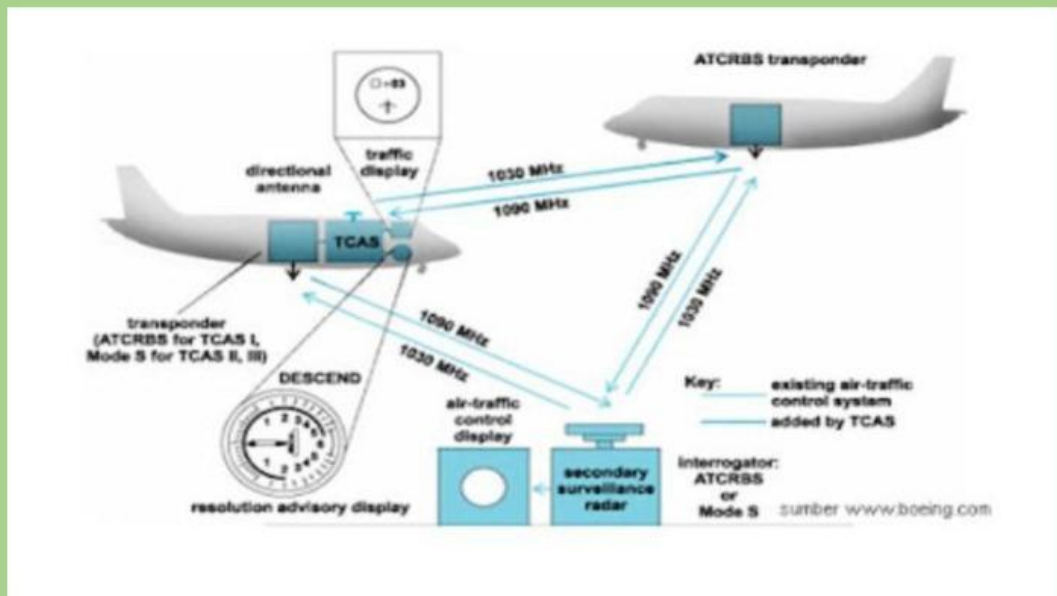
Peta Konsep



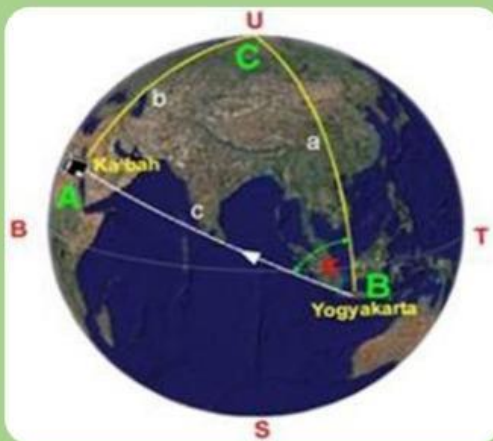
Sumber pengetahuan adalah pengalaman

Manfaat

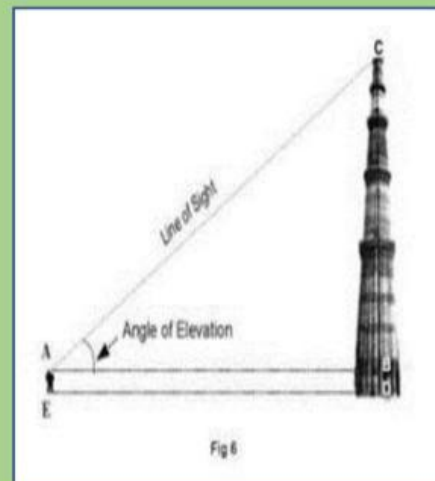
Bidang Navigasi



Menentukan Arah Kiblat



Menentukan tinggi Menara



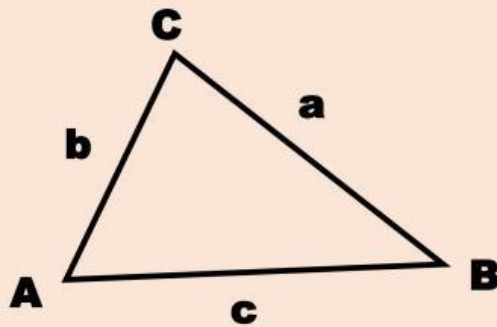
Sumber pengetahuan adalah pengalaman

A. Materi Prasyarat

❖ $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

❖ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

❖ Luas segitiga



$$L = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$$

$$L = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$$

$$L = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$



Gunakan materi prasyarat untuk mengerjakan lembar kerja peserta didik agar dapat menemukan rumus jumlah dan selisih sudut

Sumber pengetahuan adalah pengalaman

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

PERTEMUAN 1

Satuan Pendidikan : MA Ma'had Al Zaytun
Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
Kelas /Semester : XI MIPA/Ganjil
Materi Pokok : Rumus-rumus Trigonometri

Kelompok ____

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____



Kegiatan 1

❖ *Cayo Mengamati*

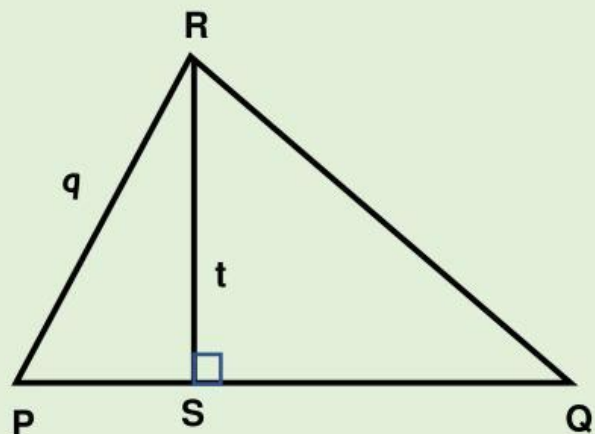
Perhatikan gambar di samping !

Terdapat tiga segitiga yaitu $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ dan $\triangle BDC$

$QR = p$, $PR = q$, dan $PQ = r$, $RS = t$

$\angle PRS = A$, $\angle QRS = B$, $\angle PRQ = (A + B)$

$\cos A = \frac{t}{q}$ dan $\cos B = \frac{t}{p}$



❖ Ayo Menanya

Gunakan materi prasyarat untuk menanyakan hal-hal yang belum diketahui sehingga dapat mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam menemukan rumus-rumus trigonometri.

❖ Ayo Mengumpulkan Informasi

$$L\Delta PSR = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot RS \cdot \sin \angle PRS = \frac{1}{2} \dots \dots \sin \dots \quad (1)$$

$$L\Delta QSR = \frac{1}{2} \cdot QR \cdot RS \cdot \sin \angle QRS = \frac{1}{2} \dots \dots \sin \dots \quad (2)$$

$$L\Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot RQ \cdot \sin \angle PRQ = \frac{1}{2} \dots \dots \sin(\dots + \dots). \quad (3)$$

❖ Ayo Menalar mengasosiasikan

Lengkapi titik-titik di bawah ini dengan menuliskan jawaban yang tepat !

Substitusikan persamaan (1), (2) dan (3) pada persamaan berikut :

$$L \Delta PQR = L \Delta PSR + L \Delta QSR$$

$$\frac{1}{2} \dots = \frac{1}{2} \dots + \frac{1}{2} \dots$$

$$\dots = \dots + \dots$$

$$\frac{p \cdot q}{2} = \frac{p \cdot q}{2} + \frac{p \cdot q}{2}$$

$$\dots = \dots + \dots$$

$$\dots = \dots + \dots$$

$$\dots = \dots + \dots$$

$$\dots = \dots + \dots$$

Hasil dari kedua ruas dikali 2

Kedua ruas dibagi (p.q)

Hasil kedua ruas dibagi (p.q)

Jika $\cos A = \frac{r}{q}$ dan $\cos B = \frac{r}{p}$, maka ubahlah $\frac{r}{q}$ dan $\frac{r}{p}$

Ubahlah $\cos B \cdot \sin A$ menjadi $\sin A \cdot \cos B$

$$\begin{aligned}\sin(A + (-B)) &= \dots\dots\dots \\ \sin(A - B) &= \dots\dots\dots \\ \sin(A - B) &= \dots\dots\dots (5)\end{aligned}$$

Gunakan sifat :
 $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
 $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

❖ Cyo Mengkomunikasikan

Berikan kesimpulan dengan menuliskan kembali persamaan (4) dan (5) :

$$\begin{aligned}\sin(A + B) &= \dots\dots\dots \\ \sin(A - B) &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

❖ Cyo Berlatih

1. Uraikan bentuk berikut :

- $\sin(x + y) = \dots\dots\dots$
- $\sin(A - B) = \dots\dots\dots$
- $\sin(A + 20^\circ) = \dots\dots\dots$

2. Sederhanakan bentuk berikut :

- $\sin p \cdot \cos q + \cos p \cdot \sin q = \dots\dots\dots$
- $\sin x \cdot \cos 15^\circ + \cos x \cdot \sin 15^\circ = \dots\dots\dots$
- $\sin 35^\circ \cdot \cos y - \cos 35^\circ \cdot \sin y = \dots\dots\dots$



Kegiatan 2

❖ Ayo Mengamati

Perhatikan persamaan-persamaan berikut :

$$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha) \quad \dots (1)$$

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha) \quad \dots (2)$$

$$\sin (-\alpha) = -\sin \alpha \quad \dots (3)$$

$$\cos (-\alpha) = \cos \alpha \quad \dots (4)$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \dots (5)$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad \dots (6)$$

❖ Ayo Menanya

Gunakan persamaan-persamaan di atas untuk menanyakan hal-hal yang belum diketahui sehingga dapat mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam menemukan rumus-rumus trigonometri.

❖ Ayo Mengumpulkan Informasi

Lengkapi titik-titik di bawah ini agar menjadi persamaan yang tepat :

$$\cos(A + B) = \sin(90^\circ - (A + B))$$

$$= \sin(90^\circ - A) - B)$$

$$= \dots (90^\circ - \dots) \dots (90^\circ - \dots) \dots$$

$$\cos(A + B) = \dots (7)$$

Tuliskan hasil berdasarkan persamaan (6)

Tuliskan hasil berdasarkan persamaan (1) dan (2)

Lengkapi titik-titik di bawah ini agar menjadi persamaan yang tepat berdasarkan persamaan 7!

$$\begin{aligned}\cos(A + (-B)) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ \cos(A - B) &= \dots\dots\dots (8)\end{aligned}$$

Tuliskan hasil berdasarkan persamaan (3) dan (4,

❖ Cyo Mengkomunikasikan

Berikan kesimpulan dengan menuliskan kembali persamaan (7) dan (8) :

$$\begin{aligned}\cos(A + B) &= \dots\dots\dots \\ \cos(A - B) &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

❖ Cyo Berlatih

1. Uraikan bentuk berikut :

- $\cos(x + y) = \dots\dots\dots$
- $\cos(A - B) = \dots\dots\dots$
- $\cos(A + 20^\circ) = \dots\dots\dots$

2. Sederhanakan bentuk berikut :

- $\cos p \cdot \cos q + \sin p \cdot \sin q = \dots\dots\dots$
- $\cos x \cdot \cos 15^\circ + \sin x \cdot \sin 15^\circ = \dots\dots\dots$
- $\cos 35^\circ \cdot \cos y - \sin 35^\circ \cdot \sin y = \dots\dots\dots$



Kegiatan 3

❖ Cyo Mengamati

Perhatikan persamaan-persamaan berikut :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

1

$$\tan (-\alpha) = -\tan \alpha$$

2

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

3

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

4

❖ Cyo Menanya

Gunakan persamaan-persamaan di atas untuk menanyakan hal-hal yang belum diketahui sehingga dapat mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam menemukan rumus-rumus trigonometri.

❖ Cyo Mengumpulkan Informasi

Lengkapi titik-titik di bawah ini agar menjadi persamaan yang benar!

Berdasarkan persamaan (1), maka :

$$\tan(A + B) = \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

Pembilang dan penyebut dibagi $\cos A \cdot \cos B$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

$$= \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

Tuliskan hasil pembagiannya

$$\tan(A + B) = \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$$

Tuliskan hasil berdasarkan persamaan (3) dan (4)

Tuliskan Pembilang

Tuliskan penyebut

Tuliskan Pembilang secara terpisah

Tuliskan penyebut secara terpisah

Tuliskan hasil berdasarkan persamaan (1)

Lengkapi titik-titik di bawah ini agar menjadi persamaan yang benar!
Berdasarkan persamaan (5), maka :

$$\tan(A + (-B)) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan(A - B) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan(A - B) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (6)$$

Tuliskan hasil berdasarkan persamaan (2)

❖ Cyo Mengkomunikasikan

Berikan kesimpulan dengan menuliskan kembali persamaan (5) dan (6) dapat

$$\tan(A + B) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan(A - B) = \underline{\hspace{2cm}}$$

❖ Cyo Berlatih

1. Uraikan bentuk berikut :

a. $\tan(x + y) = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\tan(A - B) = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\tan(p + 20^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Sederhanakan bentuk berikut :

a. $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \dots\dots\dots$

b. $\frac{\tan p - \tan q}{1 + \tan p \tan q} = \dots\dots\dots$

c. $\frac{\tan 25^\circ - \tan y}{1 + \tan 25^\circ \tan y} = \dots\dots\dots$

B. Materi Pokok

Perhatikan tayangan video berikut :



Gunakan contoh-contoh soal
pada video tersebut untuk
mengerjakan soal latihan !

Sumber pengetahuan adalah pengalaman

4

LATIHAN SOAL

Jawablah soal berikut dengan jelas dan benar !

1. Hitunglah nilai dari :

a. $\sin 23^\circ \cos 22^\circ + \cos 23^\circ \sin 22^\circ$

b. $\cos 96^\circ \cos 66^\circ + \sin 96^\circ \sin 66^\circ$

c. $\frac{\tan 52^\circ - \tan 7^\circ}{1 + \tan 52^\circ \tan 7^\circ}$

2. Hitunglah nilai dari :

a. $\sin 255^\circ$

b. $\cos 15^\circ$

c. $\tan 195^\circ$

3. Diketahui $\tan A = \frac{1}{2}$, dan $\sin B = \frac{3}{5}$ dengan A sudut lancip dan B sudut tumpul. Tentukan $\cos(A - B)$.

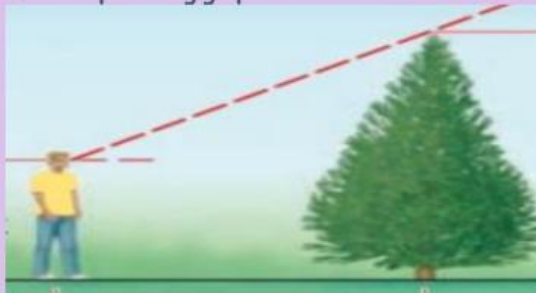
4. Diketahui $\sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4}$, dan $\cos(x - y) = \frac{1}{5}$, tentukan nilai $\cos(x + y)$.

5. Buktikan :

a. $\frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y} = \tan x + \tan y$

b. $\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2 \cos A \cdot \cos B$

6. Andi ingin mengukur ketinggian sebuah pohon. Andi berdiri sejauh 20 meter dari pohon dengan sudut elevasi 75° . Jika tinggi badan Andi 165 cm, berapa tinggi pohon tersebut !



KUNCI JAWABAN

1. a. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

b. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

c. 1

2. a. $-\frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6})$

b. $\frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6})$

c. $2 - \sqrt{3}$

3. $-\frac{1}{5}\sqrt{5}$

4. a. terbukti

b. terbukti

5. tinggi pohon = $(41,65 + 20\sqrt{3})$ meter

Sumber pengetahuan adalah pengalaman