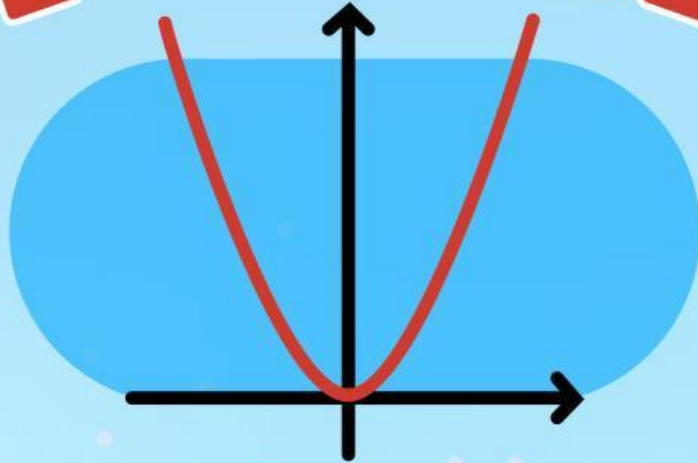


E-MODUL



PERSAMAAN KUADRAT



TIM PENGEMBANG

Dosen Pengampu

Dr. Hj. Nani Ratnaningsih, Dra., M.Pd.
Dr. Hj. Hetty Patmawati, S.Pd., M.Pd.

PPG Prajabatan
Matematika
Design Thinking
Kelompok 7



Arif Rahman
23218690452005

Fahmi Shidiq N
23218690452011



Ismania Hanna N
23218690452015

Lina Herlina
23218690452018



Kata Pengantar

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa karena dapat terselesaikannya modul matematika berbasis canva untuk SMP/MTS. Modul ini dibuat untuk memudahkan pendidik dan peserta didik dalam mengajar dan mempelajari konsep persamaan kuadrat. Pendidik maupun peserta didik dapat menggunakan modul ini sebagai pendamping dalam kegiatan belajar materi persamaan kuadrat di kelas sembilan.

Dalam modul ini terdapat beberapa sajian materi yang dikemas semenarik mungkin menggunakan teks, gambar maupun video, kuis interaktif berkaitan dengan "Persamaan Kuadrat". Selain itu penulis juga menyisipkan video pembelajaran melalui link youtube terkait dengan materi persamaan kuadrat. Penulis berusaha menyusun modul Matematika ini sesuai dengan kebutuhan peserta didik dan pendidik sehingga dapat terjadi kegiatan belajar mengajar yang lebih interaktif.

Akhirnya, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan modul ini, semoga dapat memberikan andil dalam kemajuan peserta didik untuk mempelajari Matematika. Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyusunan modul ini. Untuk itu, kritik dan saran bagi kesempurnaan modul ini sangat penulis harapkan. Semoga modul ini dapat memberikan manfaat bagi pembentukan keterampilan generik dan hasil belajar peserta didik dalam penerapan matematika di kehidupan sehari-hari.

Daftar Isi

Kata Pengantar	i
Daftar isi	ii
Langkah Penggunaan	1
Bentuk Umum Persamaan Kuadrat	2
Jenis-jenis Persamaan Kuadrat	2
Menyelesaikan Persamaan Kuadrat	4
• Faktorisasi	4
• Melengkapi Kuadrat Sempurna	6
• Rumus Kuadratis	7
Menyusun Persamaan Kuadrat	8
• Mengalikan Faktor	8
• Menyusun Hasil Jumlah dan Kali	9
Aplikasi Persamaan Kuadrat dalam Kehidupan Sehari-Hari	10



Langkah Penggunaan

- Sebelum belajar dan menggunakan modul, berdoalah kepada Tuhan Yang Maha Esa semoga diberi kemudahan dalam mempelajari dan memahami materi dan dapat mengamalkan ilmu dalam kehidupan- sehari-hari.
- Pelajari materi dalam modul ini secara runtut, karena setiap materi yang dipelajari akan berkaitan dengan materi selanjutnya.
- Ikuti setiap petunjuk yang tertera pada kegiatan dalam modul dengan baik.
- Pahami contoh-contoh soal yang terdapat dalam modul.
- Kerjakan latihan soal yang terdapat dalam modul dan belilah waktu dalam menyelesaikan soal latihan tersebut.
- Jika mengalami kesulitan dan mengerjakan latihan soal, kembalilah mempelajari materi yang terkait.



Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat merupakan suatu persamaan dengan satu variabel yang pangkat tertingginya adalah dua. Bentuk umum persamaan kuadrat dituliskan sebagai $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$ dan $a, b, c \in R$. x disebut variabel, a merupakan koefisien dari x^2 , b merupakan koefisien dari x , dan c adalah konstanta.

Contoh persamaa kuadrat yaitu:

$$3x^2 - 7x + 5 = 0 \text{ mempunyai } a = 3, b = -7, \text{ dan } c = 5$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \text{ mempunyai } a = 1, b = 1, \text{ dan } c = -6$$

Jenis-Jenis Persamaan Kuadrat

Berdasarkan Nilai Koefisien

1. Persamaan Kuadrat Biasa

Jika $a = 1$, maka bentuk persamaan kuadratnya adalah $x^2 + bx + c = 0$

Contoh: $x^2 - 5x + 6 = 0$

2. Persamaan Kuadrat Murni atau Sempurna

Jika $b = 0$, maka bentuk persamaan kuadratnya adalah $ax^2 + c = 0$

Contoh: $2x^2 + 7 = 0$

3. Persamaan Kuadrat Tak Lengkap

Jika $c = 0$, maka bentuk persamaan kuadratnya adalah $x^2 + bx = 0$

Contoh: $x^2 - 6x = 0$

Berdasarkan Nilai Diskriminan

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $a \neq 0$ dengan nilai diskriminannya (D) adalah $D = b^2 - 4ac$ maka untuk nilai

- 1) $D > 0$ persamaan kuadrat memiliki dua akar yang berbeda.
- 2) $D = 0$ persamaan kuadrat memiliki akar-akar kembar.
- 3) $D < 0$ persamaan kuadrat tidak memiliki akar-akar

Contoh soal:

Selidikilah jenis-jenis akar persamaan kuadrat $x^2 + 6x + 8 = 0$ tanpa mencari akarnya terlebih dahulu!

Penyelesaian:

Jika kita perhatikan persamaan kuadrat $x^2 + 6x + 8 = 0$, maka mempunyai nilai $a = 1$, $b = 6$, dan $c = 8$. Maka nilai diskriminannya.

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4 \quad D > 0$$

Jadi, persamaan kuadrat $x^2 + 6x + 8 = 0$ memiliki dua akar yang berbeda.



Cara Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat dapat diselesaikan dengan cara mencari nilai dari akar-akar persamaan kuadrat (nilai x) yang dinotasikan dengan x_1 dan x_2 . Ada 3 cara untuk menyelesaikan persamaan kuadrat diantaranya memfaktorkan (faktorisasi), melengkapkan kuadrat sempurna, dan menyelesaikan dengan rumus kuadratis.

1

Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan (Faktorisasi)

Untuk $a=1$

Bentuk $x^2 + bx + c = 0$ diuraikan ke dalam bentuk $(x + p)(x + q) = 0$ dengan $p + q = b$ dan $pq = c$. Contoh:

Tentukan penyelesaian dari persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 6 = 0$.

Penyelesaian:

Langkah 1 (menentukan nilai a , b , dan c)

Persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 6 = 0$ mempunyai nilai $a = 1$, $b = 5$, dan $c = 6$

Langkah 2 (menentukan nilai p dan q)

$$p + q = b \text{ atau } p + q = 5$$

$$pq = c \text{ atau } pq = 6$$

nilai yang memenuhi adalah $p = 2$ dan $q = 3$

Langkah 3 (mencari akar-akar persamaan kuadrat)

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow (x + p)(x + q) = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

Jadi, penyelesaian persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 6 = 0$ adalah $x = -2$ atau $x = -3$

Untuk $a \neq 1$

Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ diuraikan ke dalam bentuk $ax^2 + px + qx + c = 0$ dengan $p + q = b$ dan $pq = ac$.

Contoh soal:

Tentukan penyelesaian dari persamaan kuadrat $2x^2 - 3x - 20 = 0$.

Penyelesaian:

Langkah 1 (menentukan nilai a , b , dan c)

Persamaan kuadrat $2x^2 - 3x - 20 = 0$ mempunyai nilai $a = 2$, $b = -3$, dan $c = -20$

Langkah 2 (menentukan nilai p dan q)

$$p + q = b \text{ atau } p + q = -3$$

$$pq = ac \text{ atau } pq = 2(-20) \Leftrightarrow pq = -40$$

nilai yang memenuhi adalah $p = -8$ dan $q = 5$

Langkah 3 (mencari akar-akar persamaan kuadrat)

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow ax^2 + px + qx + c = 0$$

$$2x^2 - 3x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 5x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 - 8x) + (5x - 20) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x - 4) + 5(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

Jadi, penyelesaian persamaan kuadrat $2x^2 - 3x - 20 = 0$ adalah $x = -\frac{5}{2}$ atau $x = 4$

2

Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Metode Melengkapi Kuadrat Sempurna

Melengkapi kuadrat sempurna adalah metode yang digunakan untuk mengubah (konversi) bentuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ ke bentuk kuadrat sempurna $a(x + d)^2 + e = 0$.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a(x + d)^2 + e = 0$$

Contoh soal:

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat dari persamaan $x^2 + 6x + 8 = 0$ dengan menggunakan cara melengkapi kuadrat sempurna

Penyelesaian

Langkah 1 (menentukan nilai d dan e)

$$d = \frac{b}{2a} \qquad e = c - \frac{b^2}{4a}$$

Sehingga:

$$d = \frac{6}{2 \times 1} = 3 \qquad e = 8 - \frac{6^2}{4 \times 1} = 8 - \left(\frac{36}{4}\right) = -1$$

Langkah 2 (melengkapi persamaan kuadrat)

$$a(x + d)^2 + e = 0$$

Sehingga

$$1(x + 3)^2 + (-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1(x + 3)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)^2 - 1 = 0$$

Langkah 3 (solusi dari akar-akar)

$$(x + 3)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = \pm \sqrt{1}$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = \pm 1$$

Maka:

$$x_1 = 1 - 3 = -2$$

$$x_2 = -1 - 3 = -4$$

Jadi, penyelesaian persamaan kuadrat $x^2 + 6x + 8 = 0$ adalah $x_1 = -2$ dan $x_2 = -4$.

3

Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Rumus Kuadratis

Selain menggunakan faktorisasi dan dengan melengkapi kuadrat sempurna, persamaan kuadrat dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus kuadrat. Berikut merupakan rumus kuadrat atau biasa dikenal dengan rumus abc.

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $a \neq 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 sebagai berikut:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dari persamaan di atas dapat diperoleh:

$$x_1 = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{dan} \quad x_2 = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh soal:

Akar-akar dari persamaan $2x^2 - 3x - 20 = 0$ adalah ...

Jika kita perhatikan persamaan $2x^2 - 3x - 20 = 0$, maka mempunyai nilai $a = 2$, $b = -3$, dan $c = -20$. Sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-20)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{4}$$

$$x_1 = \frac{3+13}{4} \quad \text{atau} \quad x_2 = \frac{3-13}{4}$$

$$x_1 = 4 \quad \text{atau} \quad x_2 = \frac{-5}{2}$$

Jadi, akar-akar persamaan $2x^2 - 3x - 20 = 0$ adalah $x_1 = 4$ atau $x_2 = \frac{-5}{2}$

Menyusun Persamaan Kuadrat

1

Menyusun Persamaan Kuadrat dengan Mengalikan Faktor

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

Jika untuk mencari akar persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan pemfaktoran, maka untuk menyusun persamaan kuadrat juga dapat dilakukan kebalikannya, yaitu dengan menggunakan hasil kali faktor.

Jadi misalkan, jika persamaan kuadrat akar-akarnya x_1 dan x_2 , maka persamaan kuadrat tersebut adalah $(x - x_1)(x - x_2) = 0$. Jadi berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa Persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah $(x - x_1)(x - x_2) = 0$.

Untuk lebih memahaminya, perhatikan contoh soal berikut.

Contoh Soal:

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan -1

Penyelesaian:

Misal $x_1 = 2$ dan $x_2 = -1$, maka diperoleh:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$(x - 2)(x - (-1)) = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + x - 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $x^2 - x - 2 = 0$

2

Menyusun Persamaan Kuadrat dengan Menyusun Jumlah dan Hasil kali

Suatu persamaan kuadrat dapat juga disusun kembali jika diketahui jumlah dan hasil kali akar akarnya. Misalkan suatu persamaan kuadrat mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 maka:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

Jadi, $x_1 + x_2$ menyatakan jumlah akar-akar dari persamaan kuadrat dan x_1x_2 menyatakan hasil kalinya maka akar-akar dari persamaan kuadrat.

Contoh soal:

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan -1

Penyelesaian:

Misal $x_1 = 2$ dan $x_2 = -1$, maka diperoleh:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

$$x^2 - (2 + (-1))x + ((2)(-1)) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

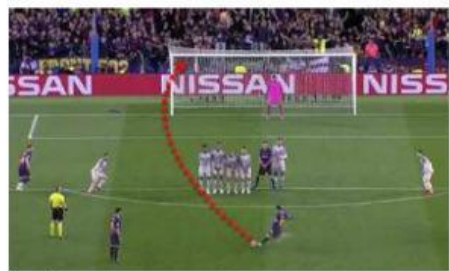
Jadi, persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $x^2 - x - 2 = 0$

Aplikasi Persamaan Kuadrat dalam Kehidupan Sehari-Hari

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak permasalahan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. Dengan menggunakan konsep persamaan kuadrat permasalahan tersebut akan mudah diatasi. Berikut merupakan contoh pengaplikasian persamaan kuadrat dalam kehidupan sehari-hari.

- Kurva Bola yang ditendang dalam permainan sepakbola

Umumnya, bola yang ditendang akan melambung ke atas dan kemudian ketinggiannya akan menurun. Jika digambarkan, tendangan bola tersebut akan membentuk kurva atau parabola



Sumber:

<https://sains.sindonews.com/read/978109/768/mengenal-efek-magnus-dalam-permainan-sepak-bola-1671865941>

- Lemparan atau pukulan bola baseball

Contoh lain penerapan persamaan kuadrat dalam kehidupan nyata yang satu ini juga masih berkaitan dengan olahraga, tepatnya olahraga baseball. Ketika bola dilempar ke atas juga akan membentuk kurva.



Sumber: <https://pixabay.com/id/photos/baseball-melempar-bola-2409961/>

- Gerakan anak panah yang ditembakkan dari busurnya

Anak panah juga tidak bergerak lurus begitu saja ketika dilepaskan dari busurnya. Sebuah anak panah yang ditembakkan dari busur juga akan bergerak membentuk kurva terlebih dahulu, sebelum akhirnya mendarat pada target yang telah ditentukan.



Sumber: [canva.com](https://www.canva.com)

- **Gerakan lompat batu pada permainan tradisional**

Permainan tradisional Sumatera Utara ini menerapkan konsep persamaan kuadrat pada saat seseorang melompati batu yang dijadikan sebagai tumpuan saat bermain. Gerakan lompatan tersebut membentuk sebuah lintasan lengkung yang dalam matematika dikenal dengan istilah kurva.



Sumber: <https://www.pegipegi.com/travel/jadi-pria-dewasa-dengan-lolos-lompat-batu-nias/>

Contoh soal:

Dari permukaan tanah, seorang anak melompat ke atas dengan kecepatan awal 15 meter/detik. Tinggi h meter lompatan anak setelah t detik dinyatakan dengan rumus $h = -5t^2 + 15t$. Setelah berapa detik anak tersebut akan kembali menapak ke permukaan tanah?



Penyelesaian:

Anak akan kembali menapak ke permukaan tanah apabila ketinggiannya sama dengan nol atau $h = 0$.

$$h = -5t^2 + 15t$$

$$0 = -5t^2 + 15t$$

$$0 = -5t(t - 3)$$

$$0 = -5t \quad \text{atau} \quad 0 = t - 3$$

$$0 = t$$

$$3 = t$$

Untuk $t = 0$ maka ketinggian lompatan adalah nol. Hal ini terjadi ketika anak belum atau baru mulai melompat.

Untuk $t = 3$ maka ketinggian lompatan juga nol. Hal ini terjadi ketika anak kembali menapak ke permukaan tanah.