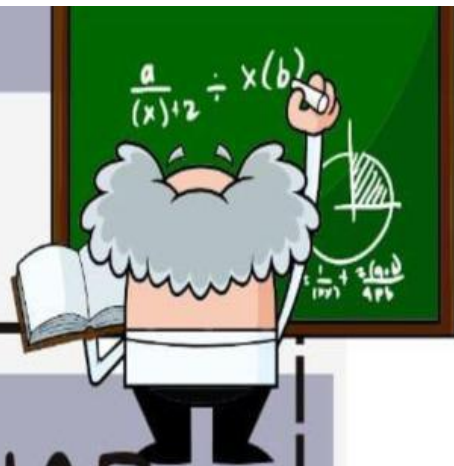


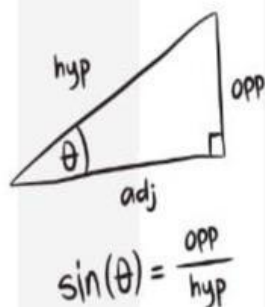


BAHAN AJAR

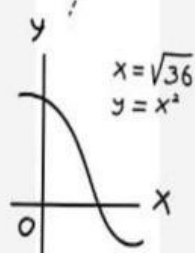
TRANSFORMASI GEOMETRI (DILATASI)

**KELAS XI SMA SEMESTER GANJIL
TAHUN PELAJARAN 2023/2024**

**DISUSUN OLEH
Kamaruddin, S.Pd**



$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



$$2x + 47 = 0$$



Dilatasi



Apa itu dilatasi ?

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah ukuran atau skala suatu bangun geometri (pembesaran/ pengecilan), tetapi tidak mengubah bentuk bangun tersebut. Dalam konsep dilatasi dikenal dengan istilah faktor skala (dilambangkan dengan k). Faktor skala adalah perbandingan antara jarak bayangan dari pusat dilatasi dengan jarak titik mula-mula dari titik pusat dilatasi atau dapat dirumuskan dengan $Faktor\ skala\ (k) = \frac{jarak\ bayangan}{jarak\ benda}$. Didalam transformasi dilatasi ada dua hal yang harus diperhatikan, yaitu :

1. Pusat dilatasi
2. Faktor skala atau faktor dilatasi

Bayangan dari dilatasi suatu titik dapat di tentukan sebagai berikut.

Dilatasi terhadap Titik Pusat (0, 0)

Dilatasi titik A terhadap titik pusat (0,0) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{D(0,k)} A'(x', y')$$

Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat (0,0) menghasilkan bayangan titik (x', y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dilatasi terhadap Titik Pusat (a, b)

Dilatasi titik A terhadap titik (a, b) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{D((a,b),k)} A'(x', y')$$

Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



Sifat-sifat dilatasi yaitu

- 1) Jika $k > 1$, maka bangun bayangan diperbesar dan terletak searah terhadap sudut dilatasi dengan bangun semula
- 2) Jika $k = 1$ maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak
- 3) Jika $0 < k < 1$, maka bangun bayangan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat sudut dilatasi dengan bangun semula
- 4) Jika $-1 < k < 0$, maka bangun bayangan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula
- 5) Jika $k < -1$, maka bangun bayangan diperbesar dan terletak

Contoh Soal:

1. ABCD adalah sebuah persegi dengan koordinat titik-titik sudut A(1,1), B(2,1), C(2,2) dan D(1,2). Tentukan peta atau bayangan dari titik-titik sudut persegi itu oleh dilatasi [O,2]!

Penyelesaian:

Peta atau bayangan titik-titik sudut persegi oleh dilatasi [O,2]

Matriks yang bersesuaian dengan dilatasi [O,2] adalah $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Peta atau bayangan dari titik sudut persegi A(1,1), B(2,1), C(2,2) dan D(1,2) adalah

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Jadi peta dari titik-titik sudut ABCD adalah A'(2,2), B'(4,2), C'(4,4) dan D'(2,4)

2. Titik A'(-16,24) merupakan bayangan dari titik A(x,y) yang didilatasikan dengan pusat O(0,0) dan faktor skala -4. Koordinat titik A adalah....

Penyelesaian:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4x \\ -4y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}x' \\ -\frac{1}{4}y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}(-16) \\ -\frac{1}{4}(24) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Jadi titik A'(-16,24) merupakan bayangan dari titik A(4,-6) yang didilatasikan dengan pusat O(0,0) dan faktor skala -4.

3. Tentukan persamaan peta dari garis $3x - 5y + 15 = 0$ oleh dilatasi terhadap pusat O(0,0)

dengan faktor skala 5!

Penyelesaian:

$3x - 5y + 15 = 0$ didilatasi terhadap pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala 5, maka:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x \\ 5y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5}x' \\ \frac{1}{5}y' \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh $x = \frac{1}{5}x'$ dan $y = \frac{1}{5}y'$. Maka bayangannya adalah :

$$3\left(\frac{1}{5}x'\right) - 5\left(\frac{1}{5}y'\right) + 15 = 0$$

$$\frac{3}{5}x' - \frac{5}{5}y' + 15 = 0$$

$$3x' - 5y' + 75 = 0$$

$$3x - 5y + 75 = 0$$

Jadi peta dari dilatasi garis $3x - 5y + 15 = 0$ terhadap pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala 5

adalah $3x - 5y + 75 = 0$

4. Tentukan bayangan titik $P(7, -3)$ oleh dilatasi $[(1,2),2]$

Penyelesaian:

Titik $P(7, -3)$ di dilatasi terhadap pusat $(1,2)$ dengan faktor skala 2, maka:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 - 1 \\ -3 - 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Jadi, $P' = (13, -8)$

