KEGIATAN BELAJAR 2
INVERS MATRIKS

Masalah

Pada liburan semester, sekolah A dan sekolah B mengadakan karyawisata ke Bali. Sekolah A menyewa 10 bus dan 5 mobil. Sekolah B menyewa 7 bus dan 3 mobil. Biaya sewa kendaraan sekolah A sebesar Rp. 41.250.000,- , sedangkan sekolah B Rp. 28.250.000,-. Jika diasumsikan biaya sewa per bus dan per mobil kedua sekolah tersebut sama, berapa biaya yang harus dibayar sekolah C bila menyewa 8 bus dan 6 mobil?

Ayo Berpikir!

- Informasi penting yang diperoleh berdasarkan masalah diatas adalah
  a. Sekolah A menyewa .... bus & .... mobil dengan harga Rp. .....
  b. Sekolah B menyewa .... bus & .... mobil dengan harga Rp. .....

- Bila direpresentasikan dalam bentuk matriks akan diperoleh

$$\begin{bmatrix} Sekolah\ A \\ Sekolah\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & \dots \\ \dots & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rp.\,41.250.000 \\ Rp.\dots\dots\dots\dots \end{bmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN BELAJAR 2
INVERS MATRIKS

Ayo Rencanakan!

- Untuk mengetahui biaya sewa 1 bus dan 1 mobil, maka berlaku perkalian invers matriks;

Misal, diberikan

$$A \times B = C$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$$

Dengan: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$

- Maka untuk mencari nilai dari matriks B akan digunakan invers matriks;

$$B = A^{-1} \times C = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$

Ayo Selesaikan!

- Substitusikan nilai

$A = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix}, dan\ C = \begin{bmatrix} 41250 \\ 28250 \end{bmatrix}$ dengan nilai det A = ...

Maka, $B = A^{-1} \times C = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} \dots & -5 \\ -7 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41250 \\ 28250 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix} = \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} 3 & \dots \\ \dots & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41250 \\ \dots\dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dots}{\dots} & \dots \\ \frac{\dots}{\dots} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41250 \\ 28250 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{3}{5} \times \dots\dots\right) + (1 \times \dots\dots) \\ \left(\frac{\dots}{\dots} \times \dots\dots\right) + (\dots \times \dots\dots) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} bus \\ mobil \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN BELAJAR 2
INVERS MATRIKS

Ayo Periksa Kembali & Simpulkan

- Berdasarkan matriks di atas diperoleh biaya sewa 1 bus adalah Rp. ..... dan 1 mobil adalah Rp. .....
- Oleh karena itu, biaya yang harus dibayar oleh sekolah C adalah *(dalam rupiah)*

$$\begin{bmatrix} 8\ bus \\ 6\ mobil \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \times \ldots\ldots \\ 6 \times 1.250 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 8\ bus \\ 6\ mobil \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{bmatrix}$$

$$8\ bus + 6\ mobil = Rp\ldots\ldots\ldots\ldots + Rp\ldots\ldots\ldots\ldots = Rp\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Berdasarkan hasil operasi matriks di atas maka sekolah C harus membayar sebesar Rp. .....

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN BELAJAR 2
INVERS MATRIKS

Matriks 3x3

- Diberikan matriks B dengan ordo *3x3* sebagai berikut

$$A_{3\times3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

- Maka, akan diperoleh invers matriks yang dinyatakan dengan rumus:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} adj(A)$$

untuk mencari nilai dari *Adj (A)* akan digunakan metode **kofaktor**

- Selain itu, untuk memudahkan mencari nilai dari *Adj (A)* maka, digunakan istilah **Minor.**
  Misalnya,

Minor entry a_{11} adalah determinan

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

- Kofaktor suatu entry baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan:

$$k_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}| = (-1)^{ij} \det(M_{ij})$$

- Akan diperoleh matriks kofaktor A dengan menggunakan rumus:

$$K(A) = \begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

- Sehingga, *Adj (A)* adalah transpose dari matriks kofaktor sebelumnya,

LIVEWORKSHEETS