ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ
ЛОГАРИФМИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Логарифм числа	
Означення	**Приклади**
Логарифмом додатного числа b за основою a ($a>0$, $a\neq 1$) називають показник степеня, до якого треба піднести a, щоб дістати b. Позначення: $\log_a b$	1) $\log_4 16=2$, оскільки $4^2=16$; 2) $\log_7 \sqrt{7}=\frac{1}{2}$, оскільки $7^{\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$; 3) $\lg 1000=3$, оскільки $10^3=1000$; 4) $\ln\frac{1}{e^2}=-2$, оскільки $e^{-2}=\frac{1}{e^2}$
Десятковий логарифм — це логарифм за основою 10. Позначення: $\log_{10} b=\lg b$	
Натуральний логарифм — це логарифм за основою e (e — ірраціональне число, наближене значення якого: $e\approx 2{,}7$). Позначення: $\log_e b=\ln b$	
Основна логарифмічна тотожність	
$a^{\log_a b}=b \quad a>0,\ a\neq 1,\ b>0$	1) $3^{\log_3 5}=5$; 2) $10^{\lg 2}=2$

Властивості логарифмів і формули логарифмування ($a>0$, $a\neq 1$, $x>0$, $y>0$)	
1) $\log_a 1=0$	Логарифм одиниці за будь-якою основою дорівнює нулю
2) $\log_a a=1$	
3) $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$	Логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників
4) $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$	Логарифм частки додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника
5) $\log_a x^n=n\log_a x$	Логарифм степеня додатного числа дорівнює добутку показника степеня на логарифм основи цього степеня

Наслідки з властивості 5.

$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$ $\qquad$ $\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b$ $\qquad$ $\log_{a^n} b^n=\log_a b$

LIVEWORKSHEETS

Формула переходу до логарифма з іншою основою	
$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$, $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, $b\neq 1$, $x>0$	
Наслідки	
$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$	$\log_a b = \log_{a^k} b^k$

Приклади обчислення логарифмів:

$\log_2 8 = 3$, так как $2^3 = 8$;

$\log_7 49 = 2$, так как $7^2 = 49$;

$\log_5 \frac{1}{5} = -1$, так как $5^{-1} = \frac{1}{5}$;

$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$, так как $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$.

Приклади застосування основної логарифмічної тотожності

$$8^{2\log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Приклади застосування властивостей логарифмів

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3(8,1\cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81$$

$$\log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3$$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_{0,8} 3 \cdot \frac{\log_{0,8} 1,25}{\log_{0,8} 3} = \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = -1$$

LIVEWORKSHEETS