

ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛОГАРИФМИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Логарифм числа	
Означення	Приклади
Логарифмом додатного числа b за основою a ($a > 0$, $a \neq 1$) називають показник степеня, до якого треба піднести a , щоб дістати b . Позначення: $\log_a b$	1) $\log_4 16 = 2$, оскільки $4^2 = 16$; 2) $\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2}$, оскільки $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$; 3) $\lg 1000 = 3$, оскільки $10^3 = 1000$; 4) $\ln \frac{1}{e^2} = -2$, оскільки $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$
Десятковий логарифм — це логарифм за основою 10. Позначення: $\log_{10} b = \lg b$	
Натуральний логарифм — це логарифм за основою e (e — ірраціональне число, наближене значення якого: $e \approx 2,7$). Позначення: $\log_e b = \ln b$	
Основна логарифмічна тотожність	
$a^{\log_a b} = b \quad a > 0, a \neq 1, b > 0$	1) $3^{\log_3 5} = 5$; 2) $10^{\lg 2} = 2$
Властивості логарифмів і формули логарифмування ($a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$)	
1) $\log_a 1 = 0$	Логарифм одиниці за будь-якою основою дорівнює нулю
2) $\log_a a = 1$	
3) $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$	Логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників
4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$	Логарифм частки додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника
5) $\log_a x^n = n \log_a x$	Логарифм степеня додатного числа дорівнює добутку показника степеня на логарифм основи цього степеня

Наслідки з властивості 5.

$$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b \qquad \log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b \qquad \log_{a^n} b^n = \log_a b$$

Формула переходу до логарифма з іншою основою	
$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0, \quad b \neq 1, \quad x > 0$	
Наслідки	
$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	$\log_a b = \log_{a^k} b^k$

Приклади обчислення логарифмів:

$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8;$$

$$\log_7 49 = 2, \text{ так как } 7^2 = 49;$$

$$\log_5 \frac{1}{5} = -1, \text{ так как } 5^{-1} = \frac{1}{5};$$

$$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}, \text{ так как } 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Приклади застосування основної логарифмічної тотожності

$$8^{2 \log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Приклади застосування властивостей логарифмів

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 (8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81$$

$$\log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3$$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_{0,8} 3 \cdot \frac{\log_{0,8} 1,25}{\log_{0,8} 3} = \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = -1$$