

PEMBELAJARAN MATEMATIKA

TURUNAN FUNGSI TRIGONOMETRI

Matematika Minat XII/1

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran diharapkan peserta didik dapat:

1. Menentukan turunan fungsi trigonometri dengan menggunakan definisi turunan
2. Menggunakan sifat-sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri
3. Menyelesaikan masalah matematika yang terkait dengan turunan fungsi trigonometri

Anggota Kelompok :

1.
2.
3.
4.

Petunjuk

1. Tuliskan dan nama, kelas, no. absen pada tempat yang telah tersedia
2. Bacalah LKPD dengan cermat
3. Kerjakan secara berkelompok dan tanyakan pada guru apabila ada yang kurang jelas
4. Kerjakan dalam waktu 60 menit
5. Jika sudah selesai mengerjakan, jangan membuat gaduh di kelas

Kegiatan 1

Definisi turunan fungsi $f(x)$ menggunakan konsep limit, secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

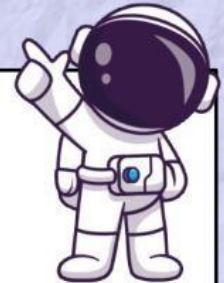
- Perhatikan penyelesaian turunan pertama dari $f(x) = \sin x$ dengan menggunakan definisi turunan fungsi $f(x)$ menggunakan konsep limit!

Cara 1

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin x \\ f(x+h) &= \sin(x+h) \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos h + \cos x \sin h - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos h - \sin x + \cos x \sin h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cos h - 1) + \cos x \sin h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\sin x \cdot \frac{\cos h - 1}{h} + \cos x \cdot \frac{\sin h}{h} \right] \\ &= \sin x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} + \cos x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} \\ &= (\sin x) \cdot (0) + (\cos x) \cdot (1) \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Cara 2

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin x \\ f(x+h) &= \sin(x+h) \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \end{aligned}$$



Ingat! $\sin A - \sin B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \sin \left(\frac{A-B}{2} \right)$
maka:

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos \left(x + \frac{h}{2} \right) \sin \left(\frac{h}{2} \right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos \left(x + \frac{h}{2} \right) \sin \left(\frac{h}{2} \right)}{\frac{h}{2}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \cos \left(x + \frac{h}{2} \right) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \left(\frac{h}{2} \right)}{\frac{h}{2}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \cos \left(x + \frac{h}{2} \right) \cdot (1) \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Diskusikan dengan kelompok kalian, bagaimana langkah-langkah dalam menentukan turunan pertama dari $f(x) = \sin x$!

- Dengan menggunakan definisi turunan fungsi $f(x)$ dengan menggunakan konsep limit, tentukan turunan pertama dari $f(x) = \cos x$!

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x \\ f(x+h) &= \boxed{} \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\boxed{} - \boxed{}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\boxed{} - \boxed{} - \boxed{}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\boxed{} - \boxed{} - \boxed{}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\boxed{} - \boxed{}}{h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\lim_{h \rightarrow 0} \left[\boxed{} \cdot \frac{\boxed{}}{h} - \boxed{} \cdot \frac{\boxed{}}{h} \right] \\ &= \boxed{} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\boxed{}}{h} - \boxed{} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\boxed{}}{h} \\ &= (\boxed{}) \cdot \boxed{} - (\boxed{}) \cdot \boxed{} \\ &= \boxed{} \end{aligned}$$



Kegiatan 2

Salah satu sifat turunan pada aljabar yang sudah kalian pelajari pada kelas XI adalah

$$\text{Jika } f(x) = \frac{u}{v} \text{ maka } f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

1. Tentukan turunan fungsi $f(x) = \tan x$!

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Misalkan
 $u = \sin x$ maka $u' =$
 $v = \cos x$ maka $v' =$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{\text{ } \cdot \text{ } - \text{ } \cdot \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \frac{\text{ } - \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \text{ }$$


2. Tentukan turunan fungsi $f(x) = \cotan x$!

$$f(x) = \cotan x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Misalkan
 $u = \cos x$ maka $u' =$
 $v = \sin x$ maka $v' =$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{\text{ } \cdot \text{ } - \text{ } \cdot \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \frac{\text{ } - \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \text{ }$$


3. Dengan cara yang sama, tentukan turunan fungsi $f(x) = \secan x$ dan $g(x) = \csc x$!

$$f(x) = \secan x = \frac{1}{\cos x}$$

Misalkan
 $u = 1$ maka $u' =$
 $v = \cos x$ maka $v' =$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{\text{ } \cdot \text{ } - \text{ } \cdot \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \frac{\text{ } - \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \text{ }$$

$$g(x) = \csc x = \frac{1}{\sin x}$$

Misalkan
 $u = 1$ maka $u' =$
 $v = \sin x$ maka $v' =$

$$g'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$g'(x) = \frac{\text{ } \cdot \text{ } - \text{ } \cdot \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \frac{\text{ } - \text{ }}{\text{ }^2}$$

$$= \text{ }$$


Kesimpulan

Kesimpulan yang sudah kalian dapatkan dari kegiatan 1 dan kegiatan 2 adalah ...

$$f(x) = \sin x \rightarrow f'(x) = \square$$

$$f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = \square$$

$$f(x) = \tan x \rightarrow f'(x) = \square$$

$$f(x) = \sec x \rightarrow f'(x) = \square$$

$$f(x) = \csc x \rightarrow f'(x) = \square$$

Tes Pemahaman

Tentukan turunan pertama dari fungsi berikut!

1. $f(x) = \sin 4x$
2. $g(x) = -\cos 5x$
3. $h(x) = 2 \sec 3x$
4. $y(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

Jawaban

$$1. f(x) = \sin 4x$$

$$f'(x) = \square \times \square$$

$$f'(x) = \square$$

$$2. g(x) = -\cos 5x$$

$$g'(x) = \square$$

$$g'(x) = \square$$

$$3. h(x) = 2 \sec 3x$$

$$h'(x) = \square \cdot 3x \cdot \square$$

$$h'(x) = \square$$

$$4. y(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

Misalkan

$$u = \square \text{ maka } u' = \square$$

$$v = \square \text{ maka } v' = \square$$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\square (\square + \square) - \square (\square + \square)}{(\square + \square)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\square - \square - \square - \square}{(\square)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(\square)^2 - \square - \square}{(\square)^2}$$

$$f'(x) = -(\square)$$

$$f'(x) = \square$$

