LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

TRANSFORMASI GEOMETRI

REFLEKSI

KELOMPOK

NAMA ANGGOTA :

1.

2.

3.

4.

MADRASAH ALIYAH NEGERI 1 JOMBANG
Jl. Dr. Wahidin Sudiro Husodo No.2 Telp. 0321-861819
Jombang 61418

LIVEWORKSHEETS

A. Elemen

Aljabar dan Fungsi

B. Capaian Pembelajaran

Melakukan operasi aljabar pada matriks dan menerapkannya dalam transformasi geometri

C. Petunjuk Pengisian LKPD

1. **Bacalah doa sebelum mengerjakan**
2. **Bacalah dengan seksama lembar kerja peserta didik**
3. **Tinjau materi yang relevan, baik dibahan ajar ataupun sumber belajar yang lain**
4. **Kerjakan tugas sesuai dengan urutan dengan mengisi titik-titik yang ada pada LKPD**
5. **Tanyakan pada guru apabila kalian mendapat kesulitan atau ada sesuatu yang kurang jelas**

D. Tujuan Pembelajaran

Melalui penerapkan model pembelajaran Pembelajaran Berbasis Masalah (Problem-based Learning/PBL), peserta didik mampu dengan baik dan benar dalam :

1. **menjelaskan transformasi geometri refleksi dengan baik dan benar**
2. **menyelidiki konsep dari transformasi geometri refleksi**
3. **menyelesaikan lembar kerja peserta didik secara jujur, disiplin dan gotong royong serta tugas individual secara mandiri.**
4. **mengembangkan keterampilan pemecahan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri refleksi**

E. Informasi Pendukung (Ringkasan Materi)

Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan Ma dengan a merupakan sumbu cermin.

Sifat-sifat Refleksi:

1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar

Jenis-jenis refleksi

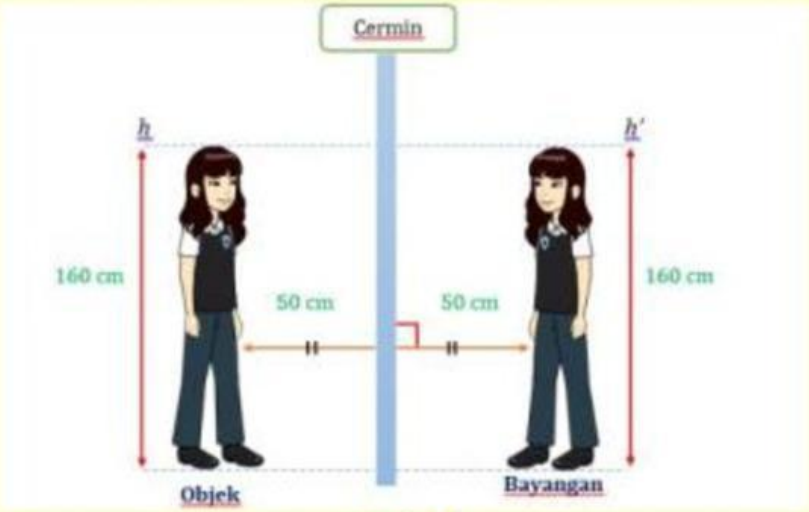
Misalkan koordinat titik asal A(x, y) akan direfleksikan tehadap sumbu X, sumbu Y, titik asal O (0,0), garis $y = x$, garis $y = -x$, garis x = h, garis $y = k$, dan garis $y = x \tan \alpha$ akan menghasilkan bayangan sebagai berikut :

LIVEWORKSHEETS

efleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x,-y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x,y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x,-y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y,x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y,-x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h-x,y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x,2k-y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

MASALAH 1

Amatilah gambar berikut. Kegiatan apa yang sedang dilakukan pada gambar? Apakah objek dan bayangannya memiliki bentuk dan ukuran yang sama? Amati pula jarak objek terhadap cermin. Samakah dengan jarak bayangannya terhadap cermin? Apakah objek dan bayangannya saling berhadapan? Bagaimanakah garis yang menghubungkan setiap titik pada objek dengan titik pada bayangannya terhadap cermin? Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan diatas, cobalah kerjakan soal-soal pada kegiatan selanjutnya.



Gambar 1

LIVEWORKSHEETS

Pilihlah jawaban yang benar pada kotak yag tersedia !

1. Berdasarkan Gambar 1, bagaimanakah bentuk dan ukuran objek tersebut dengan bayangannya?

	Sama
	Berbeda

2. Berdasarkan Gambar 1, bagaimanakah jarak antara objek ke cermin jika dibandingkan jarak antara bayangan ke cermin?

	Sama
	Berbeda

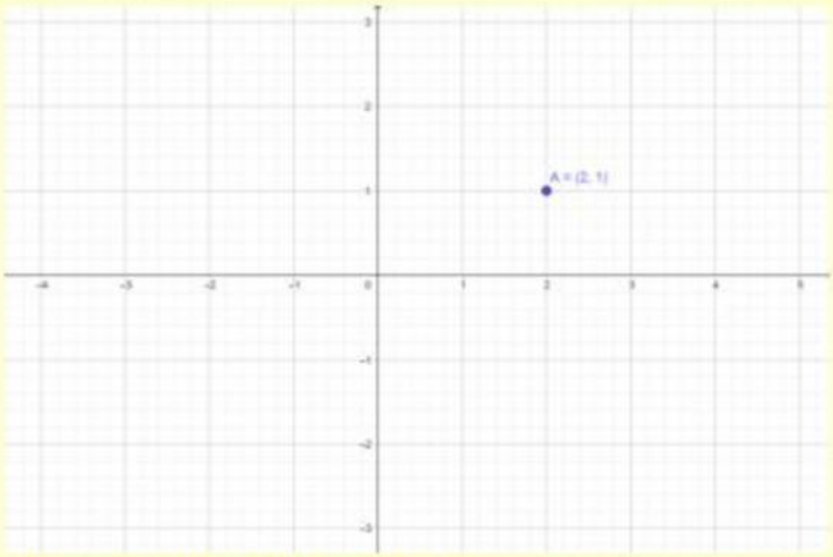
3. Berdasarkan Gambar 1, apakah objek dan bayangannya saling berhadapan?

	Ya
	Tidak

4. Berdasarkan Gambar 1, bagaimanakah garis yang menghubungkan setiap titik pada objek dengan titik pada bayangannya terhadap cermin?

	Tegak Lurus
	Sejajar

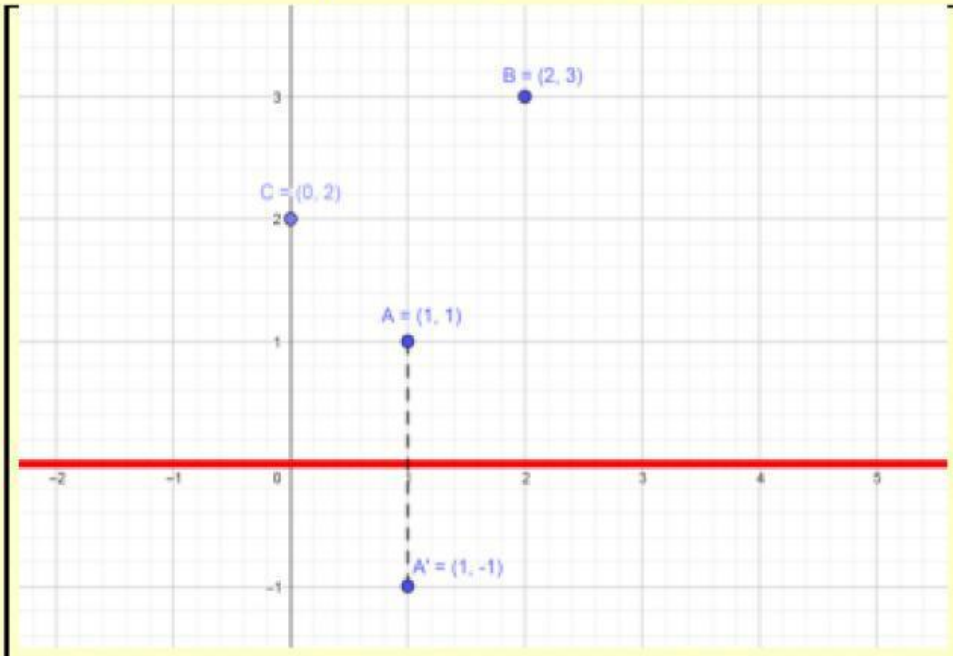
Perhatikan gambar berikut ini.



Bagaimanakah bayangan titik A jika direfleksikan terhadap sumbu-x, sumbu-y, garis y = x, dan garis y = -x? Untuk menjawab soal ini, cobalah kegiatan setelah ini.

LIVEWORKSHEETS

Salinlah gambar berikut pada buku berpetak. Selanjutnya tentukan koordinat bayangan titik A, B, dan C!

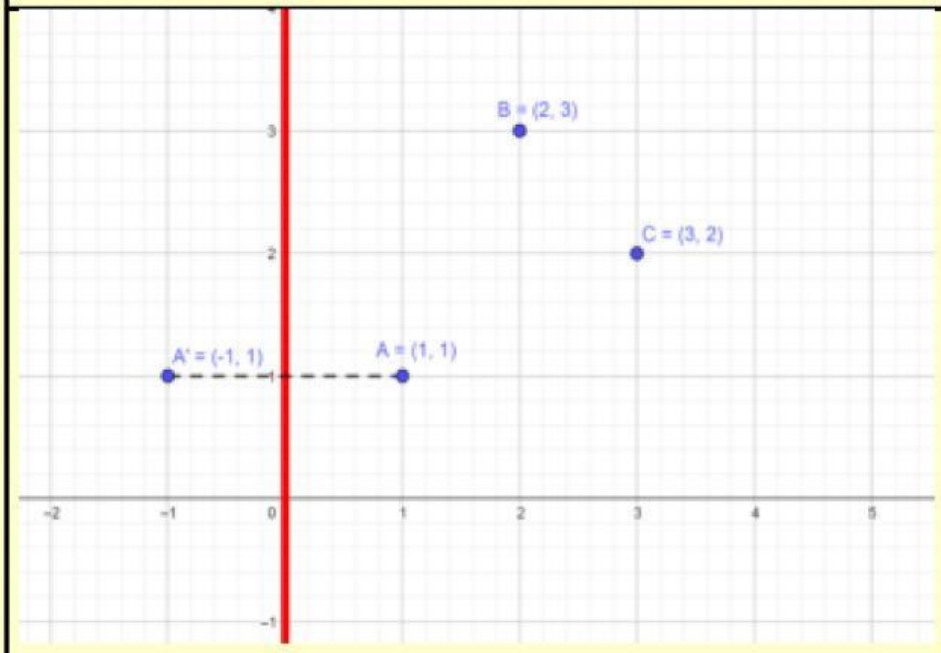


Pencerminan terhadap sumbu-x

$A(1,1) \rightarrow A'$

$B(2,3) \rightarrow B'$

$C(0,2) \rightarrow C'$



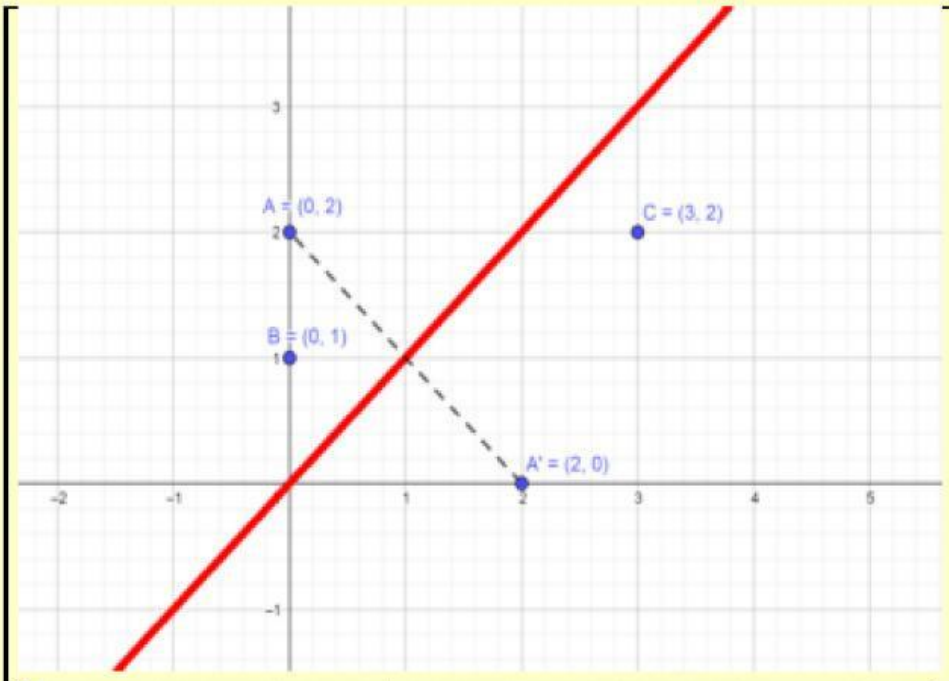
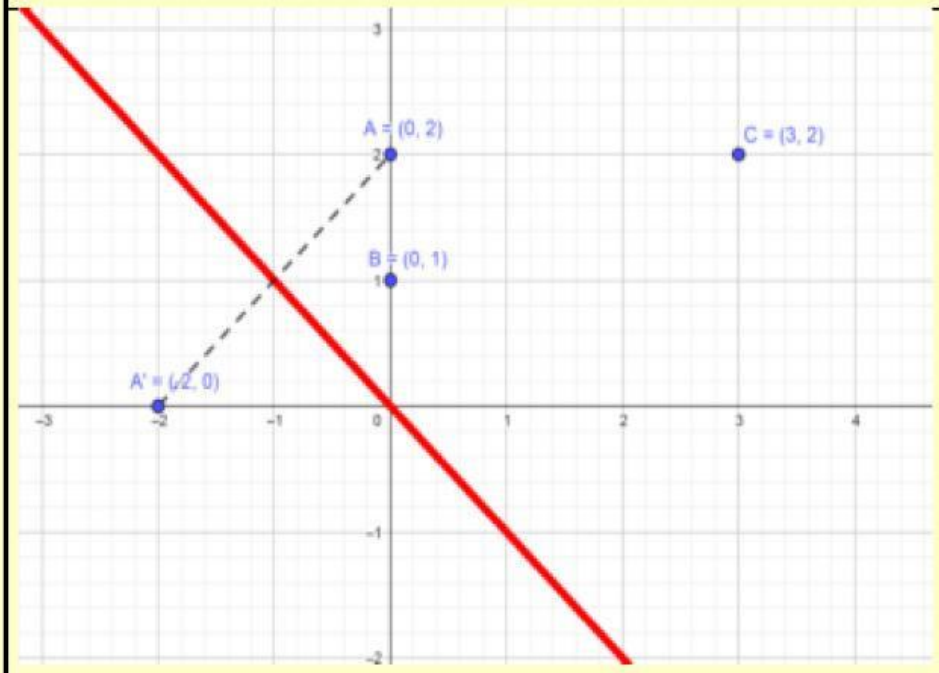
Pencerminan terhadap sumbu-y

$A(1,1) \rightarrow A'$

$B(2,3) \rightarrow B'$

$C(3,2) \rightarrow C'$

LIVEWORKSHEETS

	**Pencerminan terhadap garis y = x** $A(0,2) \rightarrow A'$ ☐ $B(0,1) \rightarrow B'$ ☐ $C(3,2) \rightarrow C'$ ☐
	**Pencerminan terhadap garis y = -x** $A(0,2) \rightarrow A'$ ☐ $B(0,1) \rightarrow B'$ ☐ $C(3,2) \rightarrow C'$ ☐

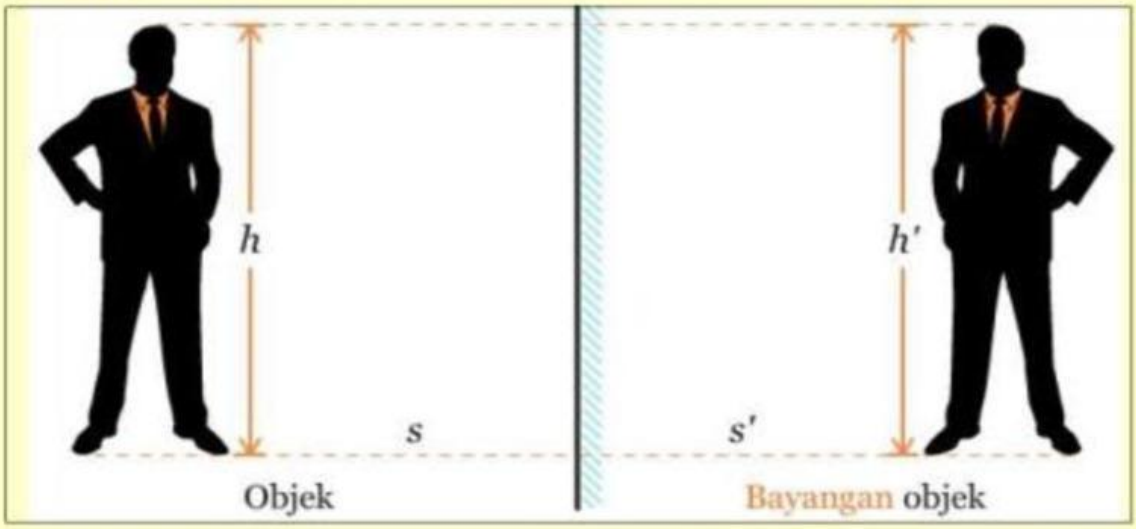
Diskusikan hasil jawaban pada kegiatan sebelumnya lalu verifikasi jawaban tersebut dengan teori yang ada pada modul. Lalu presentasikan hasil diskusi kelompok di depan kelas.

LIVEWORKSHEETS

MASALAH 2

AYO MENGAMATI

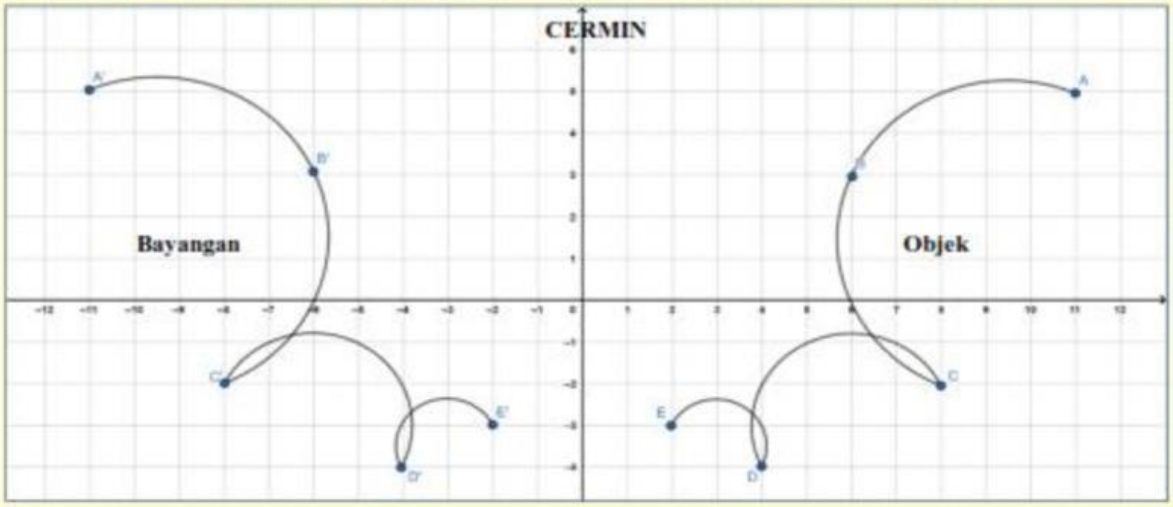
Amati permasalahan berikut.



Bercermin merupakan kegiatan yang setiap hari kamu lakukan. Setiap kali kamu bercermin, apa yang dapat kamu nyatakan mengenai bayanganmu? Apakah bayangan tersebut memiliki bentuk yang yang sama dengan kamu? Apakah setiap kamu mendekat ke cermin, bayangan kamu juga mendekat ke cermin? Bagaimana dengan posisi menghadap bayangan, apakah tangan kananmu menjadi tangan kiri dari bayangan?

AYO BERFIKIR KRITIS

Perhatikan gambar pencerminan yang disajikan pada koordinat kartesius berikut ini!



Amati jarak objek ke cermin dan jarak bayangan ke cermin! Apakah titik pada objek memiliki jarak yang sama dengan bayangan dicermin? Setelah itu amati juga bentuk/ukuran objek dan bayangan!

LIVEWORKSHEETS

Penyelesaian:

Berdasarkan pengamatanmu, bagaimana bentuk dan ukuran bayangan objek setelah dicerminkan?

.....

.....

Berdasarkan pengamatanmu, bagaimana jarak objek ke cermin dan jarak bayangan ke cermin?

.....

.....

Berdasarkan analisis jawaban kalian pada pengamatan di atas, apa yang dapat kalian simpulkan terkait sifat refleksi?

.....

.....

.....

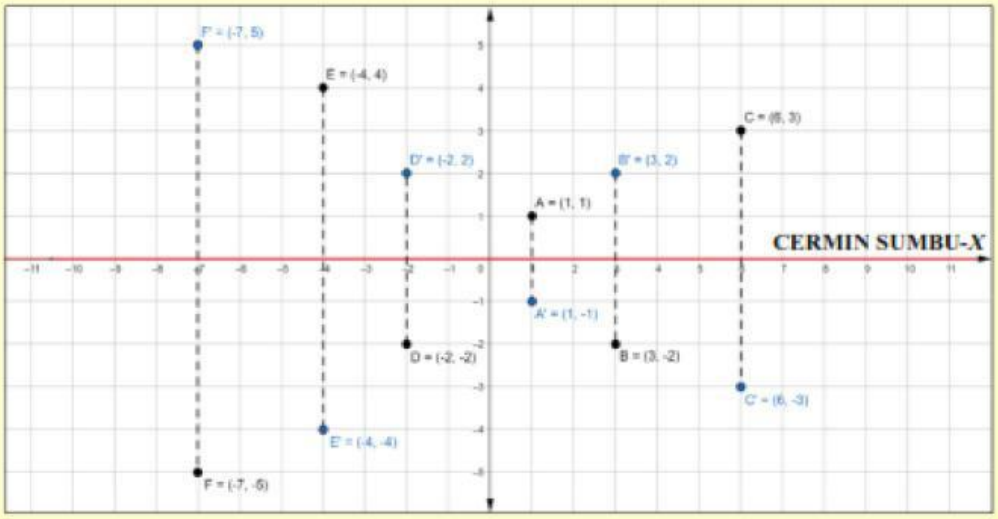
.....

LIVEWORKSHEETS

AYO MENGAMATI

1. Refleksi terhadap sumbu x

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap sumbu-x pada koordinat kartesius di atas!

Penyelesaian:

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

Titik Awal	Bayangan Titik
$A(1,1)$	$A'(1,-1)$
$B(\ldots,\ldots)$	$B'(\ldots,\ldots)$
$C(\ldots,\ldots)$	$C'(\ldots,\ldots)$
$D(\ldots,\ldots)$	$D'(\ldots,\ldots)$
$E(\ldots,\ldots)$	$E'(\ldots,\ldots)$
$F(\ldots,\ldots)$	$F'(\ldots,\ldots)$

LIVEWORKSHEETS

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu-x akan mempunyai koordinat bayangan $A'(x, -y)$, misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$A(x, y) \xrightarrow{C_{Sumbu-\ldots}} A'(\ldots, \ldots)$

Dengan perkalian matriks, maka

$\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ & \ \end{pmatrix}$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$x = \ldots$ $\quad -a = \ldots$ dan $b = \ldots$

$-y = \ldots$ $\quad -c = \ldots$ dan $d = \ldots$

Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap sumbu-x adalah

$C = \begin{pmatrix} \ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks penceminan terhadap sumbu-x adalah

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap sumbu$-x$ maka tentukan bayangan titik A!

   Penyelesaian:

   $A(x, y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}} A'(x', y')$

   Diperoleh,

   $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix}$

   Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\ldots, \ldots)$

LIVEWORKSHEETS

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu$-x$ maka tentukan persamaan bayangan garis k!

Penyelesaian:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$

diperoleh,

$x' = \square \iff x = \square$

$y' = \square \iff y = \square$

Subtitusikan $x = \square$ dan $y = \square$ ke persamaan garis k

$3x - 2y - 5 = 0$

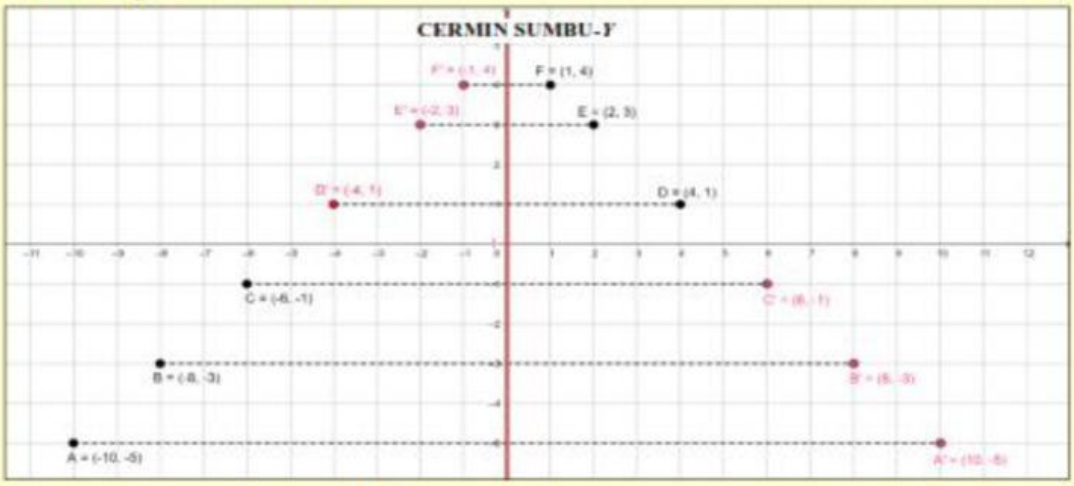
$3(\square) - 2(\square) - 5 = 0$

$3\square + 2\square - 5 = 0$

Jadi, persamaan bayangan garis k adalah $3\square + 2\square - 5 = \square$

2. Refleksi terhadap sumbu y

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap sumbu-y pada koordinat kartesius di atas!

LIVEWORKSHEETS

Penyelesaian:

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

Titik Awal	Bayangan Titik
$A(-10,-5)$	$A'(10,-5)$
$B(\ldots,\ldots)$	$B'(\ldots,\ldots)$
$C(\ldots,\ldots)$	$C'(\ldots,\ldots)$
$D(\ldots,\ldots)$	$D'(\ldots,\ldots)$
$E(\ldots,\ldots)$	$E'(\ldots,\ldots)$
$F(\ldots,\ldots)$	$F'(\ldots,\ldots)$

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x,y)$ dicerminkan terhadap sumbu-y akan mempunyai koordinat bayangan $A'(-x,y)$, misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$A(x,y) \xrightarrow{C_{Sumbu-_}} A'(\ldots,\ldots)$

Dengan perkalian matriks, maka

$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$-x = \ldots - a = \ldots \; dan \; b = \ldots$

$y = \ldots - c = \ldots \; dan \; d = \ldots$

Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap sumbu-y adalah

$C = \begin{pmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{pmatrix}$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks penceminan terhadap sumbu-x adalah

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4,-3)$ dicerminkan terhadap sumbu$-y$ maka tentukan bayangan titik A!

   Penyelesaian:

$$A(x,y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} A'(x',y')$$

   Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$

   Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\ldots, \ldots)$

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu$-y$ maka tentukan persamaanbayangan garis k!

   Penyelesaian:

   Misal titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} A'(x',y')$$

   Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$

   diperoleh,

   $x' = \ldots \iff x = \ldots$

   $y' = \ldots \iff y = \ldots$

   Subtitusikan $x = \ldots$ dan $y = \ldots$ ke persamaan garis k

   $3x - 2y - 5 = 0$

   $3(\ldots) - 2(\ldots) - 5 = 0$

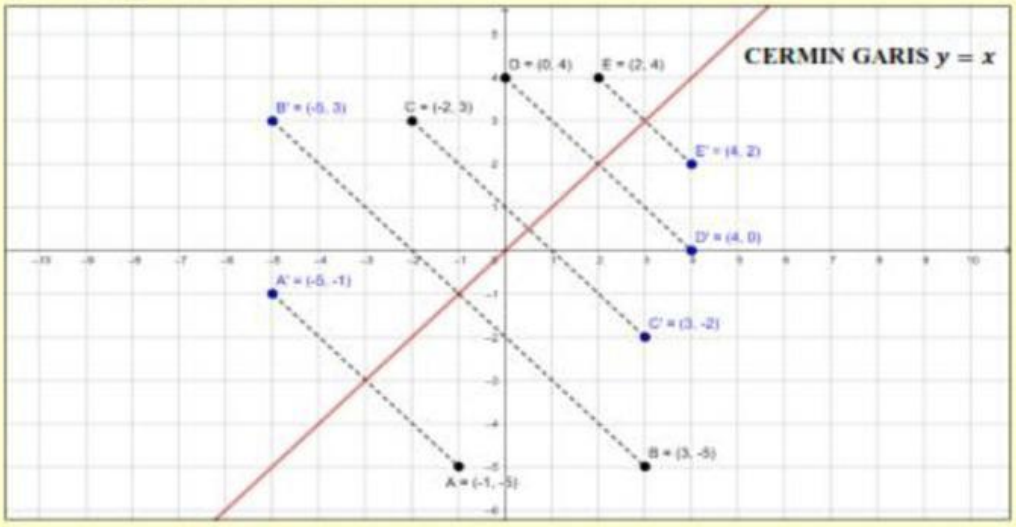
   $-3\ldots - 2\ldots - 5 = 0$

   Jadi, persamaan bayangan garis k adalah $-3\ldots - 2\ldots - 5 = \ldots$

LIVEWORKSHEETS

3. Refleksi terhadap garis $y = x$

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap garis $y = x$ pada koordinat kartesius di atas!

Penyelesaian:

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

Titik Awal	Bayangan Titik
$A(-1,-5)$	$A'(-5,-1)$
$B(\ldots,\ldots)$	$B'(\ldots,\ldots)$
$C(\ldots,\ldots)$	$C'(\ldots,\ldots)$
$D(\ldots,\ldots)$	$D'(\ldots,\ldots)$
$E(\ldots,\ldots)$	$E'(\ldots,\ldots)$

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu-y akan mempunyai koordinat bayangan $A'(y, x)$, misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

$A(x, y) \xrightarrow{C_} A'(\square, \square)$

Dengan perkalian matriks, maka

$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (\square \quad \square)$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$y = \square \ldots \square - a = \square \ldots \ dan \ \ b = \square \ldots$

$x = \square \ldots \square - c = \square \ldots \ dan \ \ d = \square \ldots$

Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah

$C = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks penceminan terhadap garis $y = x$ adalah

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka tentukan bayangan titik A!

   Penyelesaian:

   $A(x, y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} A'(x', y')$

   Diperoleh,

   $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

   Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\square, \square)$

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka tentukan persamaan bayangan garis k!

LIVEWORKSHEETS