

## LEMBAR KERJA (Sifat-Sifat Logaritma)

### Identitas Diri

Nama

Kelas

Nomor Absen

### Petunjuk

- Lengkapi lembar kerja dengan menuliskan jawaban pada titik-titik yang disediakan (bisa hapus titik-titiknya dan diganti dengan jawaban yang benar) dan juga menjawab pertanyaan pada tempat yang disediakan.
- Jika dalam pengerjaan lembar kerja perlu melakukan penulisan simbol matematika pada docs ini, silakan simak petunjuknya pada : [Panduan Memasukkan Simbol Matematika](#)

### Aktivitas 1 : Pembuktian Sifat ${}^a \log a = 1$

Dalam contoh :

$${}^8 \log 8 = \dots ?$$

Misalkan :

$${}^8 \log 8 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^8 \log 8 = x &\Leftrightarrow 8 = 8^x \\ &\Leftrightarrow 8^1 = 8^x \\ &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Sehingga :  ${}^8 \log 8 = 1$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk

umum  ${}^a \log a = 1$   
untuk  $a > 0; a \neq 1$

Misalkan :

$${}^a \log a = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$${}^a \log a = x \Leftrightarrow \dots = a^{\dots}$$

$$\Leftrightarrow \dots^{\dots} = a^{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x = \dots$$

Sehingga :  ${}^a \log a = \dots$

(terbukti / tidak terbukti) → hapus salah satu

### Aktivitas 2 : Pembuktian Sifat ${}^a \log 1 = 0$

Dalam contoh :

$${}^5 \log 1 = \dots ?$$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk

umum  ${}^a \log 1 = 0$  untuk  $a > 0; a \neq 1$

Misalkan :

$${}^5 \log 1 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^5 \log 1 = x &\Leftrightarrow 1 = 5^x \\ &\Leftrightarrow 1^0 = 5^x \\ &\Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

Sehingga :  ${}^5 \log 1 = 0$

Misalkan :

$${}^a \log 1 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^a \log 1 = x &\Leftrightarrow \dots = a^{\dots} \\ &\Leftrightarrow \dots^{\dots} = a^{\dots} \\ &\Leftrightarrow x = \dots \end{aligned}$$

Sehingga :  ${}^a \log 1 = \dots$   
(terbukti / tidak terbukti) → hapus salah satu

### Aktivitas 3 : Pembuktian Sifat ${}^a \log a^n = n$

Dalam contoh :

$${}^5 \log 5^2 = \dots ?$$

Misalkan :

$${}^5 \log 5^2 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^5 \log 5^2 = x &\Leftrightarrow 5^2 = 5^x \\ &\Leftrightarrow 5^2 = 5^x \\ &\Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Sehingga :  ${}^5 \log 5^2 = 2$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk

umum  ${}^a \log a^n = n$   
untuk  $a > 0; a \neq 1$

Misalkan :

$${}^a \log a^n = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^a \log a^n = x &\Leftrightarrow \dots^{\dots} = a^{\dots} \\ &\Leftrightarrow \dots^{\dots} = a^{\dots} \\ &\Leftrightarrow x = \dots \end{aligned}$$

Sehingga :  ${}^a \log a^n = \dots$   
(terbukti / tidak terbukti) → hapus salah satu

### Aktivitas 4 : Pembuktian Sifat ${}^a \log (b \times c) = {}^a \log b + {}^a \log c$

Cermati pembuktian untuk sifat :

$${}^a \log (b \times c) = {}^a \log b + {}^a \log c$$

Misalkan :

$${}^a \log b = m \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a \log b = m \Leftrightarrow b = a^m$$

Begitupula jika :

$${}^a \log c = n \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a \log c = n \Leftrightarrow c = a^n$$

Sehingga,

$$(b \times c) = a^m \times a^n = a^{m+n} \rightarrow (\text{ingat kembali sifat eksponen})$$

Jadi, jika dikembalikan kepada definisi logaritma maka :

$$\begin{aligned} (b \times c) = a^{m+n} &\Leftrightarrow {}^a \log (b \times c) = m + n \\ &\Leftrightarrow {}^a \log (b \times c) = {}^a \log b + {}^a \log c \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat

$${}^a \log (b \times c) = {}^a \log b + {}^a \log c$$

### Aktivitas 5 : Pembuktian Sifat ${}^a \log \left(\frac{b}{c}\right) = {}^a \log b - {}^a \log c$

Berdasarkan pembuktian pada aktivitias 4, silakan lengkapi alur pembuktian sifat berikut

$${}^a \log \left(\frac{b}{c}\right) = {}^a \log b - {}^a \log c$$

Misalkan :

$${}^a \log b = m \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a \log b = m \Leftrightarrow b = \dots \dots$$

Begitupula jika :

$${}^a \log c = n \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a \log c = n \Leftrightarrow \dots = a^n$$

Sehingga,

$$\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{a^m}{a^n} = a^{\dots - \dots} \rightarrow (\text{ingat kembali sifat eksponen})$$

Jadi, jika dikembalikan kepada definisi logaritma maka :

$$\begin{aligned} \left(\frac{b}{c}\right) = a^{m-n} &\Leftrightarrow {}^a \log \left(\frac{b}{c}\right) = \dots - \dots \\ &\Leftrightarrow {}^a \log \left(\frac{b}{c}\right) = {}^a \log \dots - {}^a \log \dots \text{ (terbukti / tidak terbukti)} \rightarrow \text{hapus salah} \end{aligned}$$

satu

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat  ${}^a \log \left(\frac{b}{c}\right) = {}^a \log b - {}^a \log c$

### Aktivitas 6 : Pembuktian Sifat ${}^a \log b^n = n \times {}^a \log b$

Cermati pembuktian untuk sifat :

$${}^a \log b^n = n \times {}^a \log b$$

Berdasarkan definisi eksponen :

$${}^a \log b^n = {}^a \log (b \times b \times b \times \dots \times b) \rightarrow b \text{ sebanyak } n \text{ faktor}$$

maka berdasarkan sifat pada Aktivitas 4, maka :

$${}^a \log b^n = {}^a \log b + {}^a \log b + {}^a \log b + \dots + {}^a \log b \rightarrow {}^a \log b$$

sebanyak  $n$  faktor

atau dapat dikatakan

$${}^a \log b^n = n \times {}^a \log b \text{ (terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat  ${}^a \log b^n = n \times {}^a \log b$

### Aktivitas 7 : Pembuktian Sifat ${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$$

Berdasarkan definisi logaritma:

$${}^a \log b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

Untuk sembarang bilangan pokok  $m$ , akan berlaku :

$${}^m \log b = {}^m \log a^c$$

Pada ruas kanan, berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 6 akan menjadi :

$${}^m \log b = c \times {}^m \log a$$

Sehingga menjadi :  $c = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a} \text{ (terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat  ${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$

### Aktivitas 8 : Pembuktian Sifat ${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 7:

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$$

Karena  $m$  adalah sembarang bilangan, maka jika  $m = b$ , maka akan berlaku :

$${}^a \log b = \frac{{}^b \log b}{{}^b \log a}$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 1, maka bagian pembilang akan menjadi :

$${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a} \quad (\text{terbukti})$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat  ${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$

### Aktivitas 9 : Pembuktian Sifat ${}^a \log b \times {}^b \log c = {}^a \log c$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$${}^a \log b \times {}^b \log c = {}^a \log c$$

Misalkan :

$${}^a \log b = m \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a \log b = m \Leftrightarrow b = a^m$$

Begitupula jika :

$${}^b \log c = n \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^b \log c = n \Leftrightarrow c = b^n$$

Selanjutnya :

$$\begin{aligned} {}^a \log b \times {}^b \log c &= {}^a \log b \times {}^b \log b^n && \rightarrow (\text{sebab } b^n = c) \\ &= {}^a \log b \times n \times {}^b \log b && \rightarrow (\text{sifat pada Aktivitas 6}) \\ &= {}^a \log b \times n \times 1 && \rightarrow (\text{sifat pada Aktivitas 1}) \\ &= n \times {}^a \log b \\ &= {}^a \log b^n && \rightarrow (\text{sifat pada Aktivitas 6}) \\ &= {}^a \log c \quad (\text{terbukti}) && \rightarrow (\text{sebab } c = b^n) \end{aligned}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat  ${}^a \log b \times {}^b \log c = {}^a \log c$

**Aktivitas 10 : Pembuktian Sifat**

$$a^m \log b^n = \frac{n}{m} \times a \log b$$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$$a^m \log b^n = \frac{n}{m} \times a \log b$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 6 :

$$\begin{aligned} a^m \log b^n &= n \times a^m \log b \\ &= n \times \frac{{}^p \log b}{{}^p \log a^m} \rightarrow \end{aligned}$$

(sifat pada Aktivitas 7 untuk sembarang bilangan pokok  $p$ )

$$= n \times \frac{{}^a \log b}{{}^a \log a^m} \rightarrow \text{(jika } p \text{ diganti dengan } a)$$

$$= n \times \frac{{}^a \log b}{m \times {}^a \log a} \rightarrow \text{(sifat pada Aktivitas 6)}$$

$$= n \times \frac{{}^a \log b}{m \times 1} \rightarrow \text{(sifat pada Aktivitas 1)}$$

$$= \frac{n}{m} \times a \log b \quad \text{(terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat  $a^m \log b^n = \frac{n}{m} \times a \log b$

----- Selamat Bekerja -----