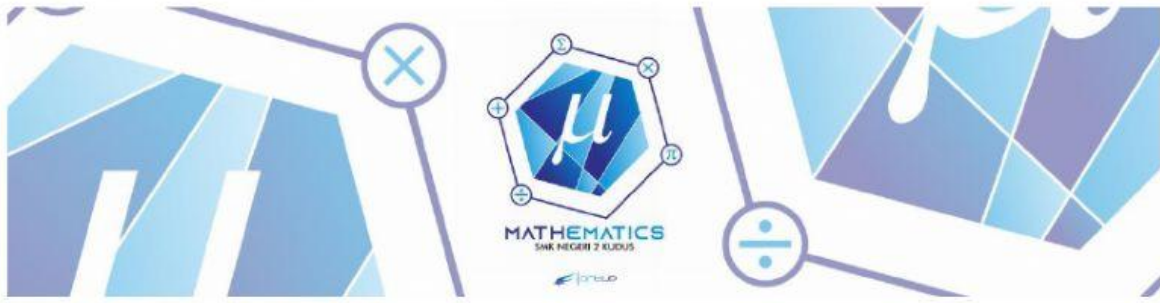




3. Tafsiran Geometri dari Turunan Fungsi

Petunjuk Pembelajaran

- Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.
- Lengkapi kotak yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau operasi keduanya.

Contoh:

- Setelah selesai klik [Finish](#) kemudian [Email my answer to my teacher](#).

3.1. Gradien Garis Singgung

Sebelum mempelajari penerapan turunan fungsi untuk menentukan gradien garis singgung kurva $y = f(x)$, ingatlah kembali materi persamaan garis dan gradien garis yang telah Anda pelajari pada tingkat sebelumnya.

Dengan menggunakan turunan fungsi, gradien garis singgung kurva (grafik) $y = f(x)$ di titik (x, y) yang dinotasikan m , dapat ditentukan dengan:

$$m = y' = f'(x)$$

Contoh 1:

Tentukan gradien garis singgung pada kurva $y = x^2 - 6x + 9$ di titik $(1, 4)$!

Alternatif Penyelesaian:

$$y = x^2 - 6x + 9$$

Gradien garis singgung kurva di titik $(1, 4)$:

$$m = y' = \boxed{} - \boxed{} = 2 \cdot \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$$

$$x = 1$$

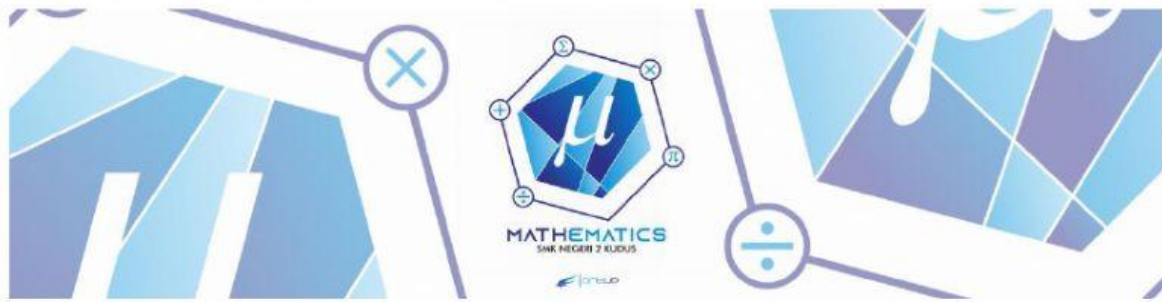
Substitusikan $x = 1$

Turunan y

Contoh 2:

Tentukan persamaan garis singgung kurva $y = x^2 - 2x + 3$, jika:

- di titik $(2, 3)$
- sejajar dengan garis $6x - y = 7$



Alternatif Penyelesaian:

- a. Persamaan garis singgung kurva $y = x^2 - 2x + 3$ di titik (2,3)

Menentukan gradien garis singgung di titik (2,3)

$$m = y' = \square - \square = 2 \cdot \square - \square = \square$$

Mari mengingat kembali!

Jika titik $P(x_1, y_1)$ terletak pada kurva $y = f(x)$, maka persamaan garis singgung kurva yang melalui titik tersebut dan memiliki gradien m adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Maka persamaan garis singgung kurva di titik (2, 3) adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$y - \square = \square (x - \square)$$

Substitusikan x_1, y_1 , dan m

$$y - \square = \square x - \square$$

$$y = \square x - \square + \square$$

$$y = \square$$

Tuliskan persamaan dengan lengkap!

- b. Persamaan garis singgung kurva $y = x^2 - 2x + 3$ yang sejajar garis $6x - y = 7$

Menentukan gradien garis singgung kurva $y = x^2 - 2x + 3$

$$m_1 = y' = \square - \square$$

Menentukan gradien garis $6x - y = 7 \leftrightarrow y = 6x - 7$

$$m_2 = y' = \square$$

Mari mengingat kembali!

Jika terdapat dua garis yang mempunyai gradien masing-masing m_1 dan m_2 , maka kedua garis akan:

- saling sejajar, jika $m_1 = m_2$,
- saling tegak lurus, jika $m_1 \cdot m_2 = -1$.

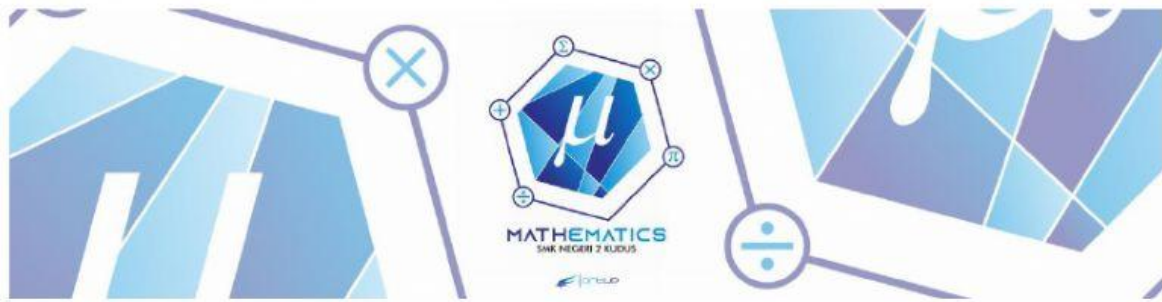
Karena kedua garis sejajar, maka

$$m_1 = m_2$$

$$\square - \square = \square$$

$$2x = \square + \square = \square$$

$$x = \frac{\square}{\square} = \square$$



Menentukan titik singgung dengan $x = \square$

$$y = x^2 - 2x + 3 = \square^2 - 2 \cdot \square + 3 = \square - \square + 3 = \square$$

maka titik singgungnya adalah $(\square, \square)$

$$\begin{matrix} \boxed{x_1} & \boxed{y_1} \end{matrix}$$

Sehingga persamaan garis singgung kurva $y = x^2 - 2x + 3$ yang sejajar garis $6x - y = 7$ adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \square = \square (x - \square)$$

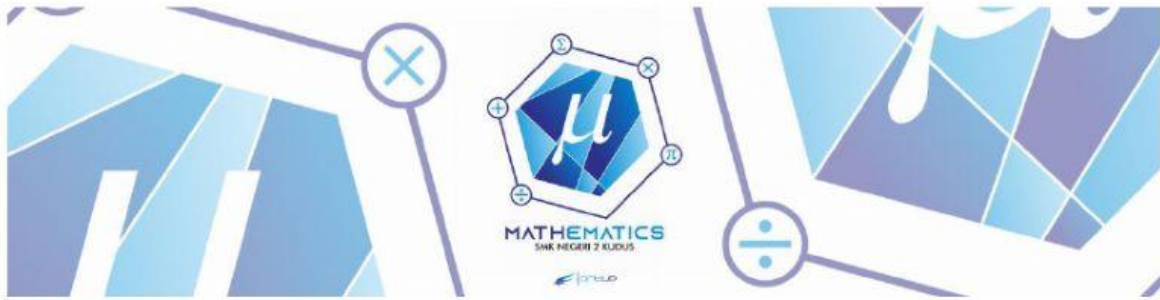
Substitusikan x_1, y_1 , dan m

$$y - \square = \square x - \square$$

$$y = \square x - \square + \square$$

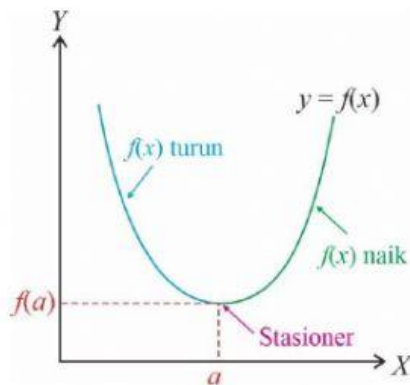
$$y = \square$$

Tuliskan persamaan dengan lengkap!



3.2. Fungsi Naik, Fungsi Turun, dan Nilai Stasioner

Perhatikan gambar berikut!



Terlihat bahwa kurva $y = f(x)$ turun dari arah kiri hingga $x = a$ dan naik mulai dari $x = a$ ke kanan, sehingga dapat dikatakan bahwa:

- $f(x)$ adalah **fungsi naik** untuk $x > a$
- $f(x)$ adalah **fungsi turun** untuk $x < a$

Pada $x = a$, grafik fungsi tidak naik maupun tidak turun, maka titik $(a, f(a))$ disebut sebagai **titik stasioner** dan $f(a)$ disebut **nilai stasioner**.

Misalkan fungsi $f(x)$ kontinu dalam interval I dan *diferensiabel* (mempunyai turunan) di setiap titik dalam interval tersebut, maka:

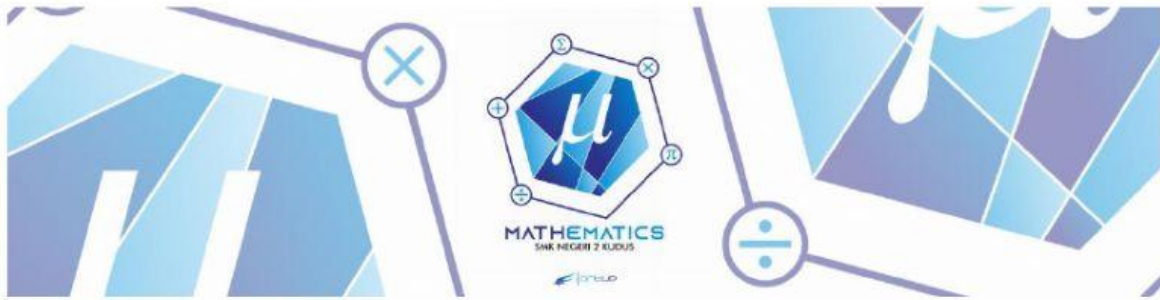
- jika $f'(x) > 0$ untuk setiap x dalam interval I , dikatakan fungsi $f(x)$ naik monoton dalam interval itu, dan gradien garis singgungnya bernilai positif,
- jika $f'(x) < 0$ untuk setiap x dalam interval I , dikatakan fungsi $f(x)$ turun monoton dalam interval itu, dan gradien garis singgungnya bernilai negatif,
- jika $f'(x) = 0$, fungsi $f(x)$ dikatakan stasioner, dan garis singgung pada titik itu sejajar dengan sumbu X .

Dengan demikian, untuk menentukan interval fungsi $f(x)$ naik atau turun, dan stasioner, dapat dilakukan berdasarkan nilai $f'(x)$, yaitu:

Jika $f'(x) > 0$, maka fungsi $f(x)$ naik.
 Jika $f'(x) < 0$, maka fungsi $f(x)$ turun.
 Jika $f'(x) = 0$, maka fungsi $f(x)$ stasioner.

Ada tiga jenis nilai stasioner (disebut juga nilai ekstrim fungsi), yaitu:

- nilai balik maksimum,
- nilai balik minimum,
- nilai belok horizontal.



Contoh 1:

Diketahui $f(x) = x^2 - 4x + 3$, tentukan:

- nilai stasioner,
- interval x supaya $f(x)$ naik,
- interval x supaya $f(x)$ turun.

Alternatif Penyelesaian:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

- Syarat stasioner:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \square x - \square &= 0 \\ \Leftrightarrow \square x &= \square \\ \Leftrightarrow x &= \square \end{aligned}$$

Nilai stasioner:

$$f(\square) = \square^2 - 4 \cdot \square + 3 = \square - \square + 3 = \square$$

- Interval fungsi $f(x)$ naik:

$$\begin{aligned} f'(x) &> 0 \\ \Leftrightarrow \square x - \square &> 0 \\ \Leftrightarrow \square x &> \square \\ \Leftrightarrow x &> \square \end{aligned}$$

- Interval fungsi $f(x)$ turun:

$$\begin{aligned} f'(x) &< 0 \\ \Leftrightarrow \square x - \square &< 0 \\ \Leftrightarrow \square x &< \square \\ \Leftrightarrow x &< \square \end{aligned}$$