

# LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

## LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

### PERTEMUAN 3

Satuan Pendidikan : SMA  
Mata Pelajaran : Matematika Peminatan  
Kelas/Semester : XII/Ganjil  
Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri

Kelompok :  
Nama Anggota Kelompok:  
Kelas :

#### Kompetensi Dasar

- 3.1 Menentukan dan menjelaskan limit fungsi trigonometri  
4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

#### Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Menentukan nilai limit fungsi trigonometri di menggunakan cara menyederhanakan fungsi trigonometri  
4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

#### Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan belajar mengajar melalui pendekatan problem based learning dengan metode cooperative learning, diskusi, dan tanya jawab selesai, peserta didik diharapkan dapat:

- Menentukan nilai limit fungsi trigonometri di suatu titik menggunakan metode menyederhanakan fungsi trigonometri
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri menggunakan metode menyederhanakan fungsi trigonometrinya.

#### Identitas Trigonometri

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
- $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
- $\sec x = \frac{1}{\cos x}$
- $\csc x = \frac{1}{\sin x}$
- $\sec^2 x = \tan^2 x + 1$
- $\csc^2 x = \cot^2 x + 1$

#### Rumus Trigonometri

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
- $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$   
 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$   
 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
- $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
- $\sin^2 \alpha = -\frac{1}{2} \cos 2\alpha$
- $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$
- $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
- $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$
- $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$
- $2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$
- $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$
- $-2 \sin \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

#### Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

##### 1. Sudut Berelasi

$$\begin{array}{ll} \cos(90^\circ - x) = \sin x & \cos(180^\circ - x) = -\cos x \\ \sin(90^\circ - x) = \cos x & \sin(180^\circ - x) = \sin x \\ \tan(90^\circ - x) = \cot x & \cot(180^\circ - x) = -\tan x \end{array}$$

##### 2. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

##### 3. Rumus Sudut Rangkap/Ganda

- $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$   
 $= 1 - 2 \sin^2 A$

##### 4. Rumus Jumlah/Selisih Cosinus

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2}$$

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

## KEGIATAN 1

### Menentukan nilai limit bentuk tak tentu (menyederhanakan fungsi trigonometri)

Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$

jawab:

Gunakan rumus-rumus trigonometri untuk mengubah bentuk  $\cos A - \cos B$  dan bentuk  $1 - \cos 2A$ , maka penyelesaian  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$  menjadi:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(\frac{\dots + \dots}{2}\right) \sin\left(\frac{\dots - \dots}{2}\right)}{2 \sin^2 \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(\frac{\dots}{\dots}\right) \sin\left(\frac{\dots}{\dots}\right)}{2 \sin^2 \dots} \\ &= - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \\ &= - \dots, \frac{\dots}{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

## KEGIATAN 2

**Menentukan nilai limit bentuk tak tentu (menyederhanakan fungsi trigonometri)**

Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan 2x}$  adalah...

Jawab:

Substitusi langsung  $x = 0$  menghasilkan bentuk tak tentu  $\frac{0}{0}$ .

Ide utamanya adalah mengubah bentuk  $\cos 2x$ .

Untuk itu, diperoleh:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\dots - \dots \sin^2 \dots)}{x \tan \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots \sin^2 \dots}{\dots \tan \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \dots \cdot \frac{\sin x}{\dots} \cdot \frac{\sin x}{\tan \dots} \right) \\ &= \dots \times \dots \times \frac{\dots}{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$