Viernes 29 de enero 2021
3° de Secundaria Matemáticas

Calculando (x + a) (x + b)

Aprendizaje esperado: *Resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado.*

Énfasis: *Calcular expresiones de la forma (x + a) (x + b).*

¿Qué vamos a aprender?

Aprenderás a calcular expresiones de la forma (x + a) (x + b). Lo que vas a necesitar para esta clase serán cuaderno, lápiz y goma.

Anota las dudas, inquietudes o conclusiones que surjan al resolver los planteamientos dados en esta lección.

Seguramente en alguna ocasión resolviste binomios en tu clase de Matemáticas.

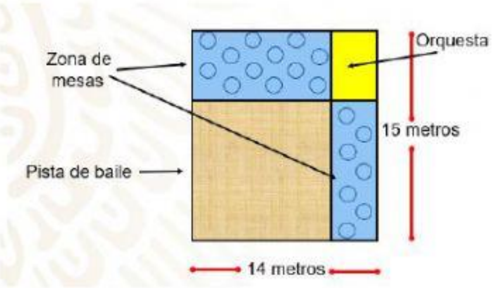
Dentro del álgebra y la multiplicación de polinomios se tiene a un grupo de operaciones que se les llama "productos notables". Para que reciban este nombre, se emplea una regla para abreviar el procedimiento y desarrollar el cálculo mental al resolverlos.

Una de estas reglas es la de los dos binomios con elementos iguales que reciben el nombre de binomio al cuadrado. Es el más conocido, pues su representación geométrica es la figura de un cuadrado.

¿Qué hacemos?

Trabaja el producto de dos binomios de la forma (x + a) por (x + b), observa a qué hace referencia mediante el siguiente ejemplo.

Una persona va a adquirir un salón de baile. Las medidas del local son 14 metros de frente y 15 metros de fondo.



Esta persona lo comprará siempre y cuando pueda distribuir el espacio de la siguiente manera:

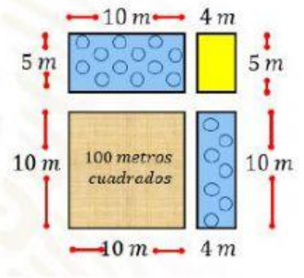
- Un cuadrado cubierto de duela para pista de baile.
- En contraesquina de esta pista debe estar localizada la orquesta.
- Y dos secciones a la orilla de la pista para la zona de las mesas de al menos 80 metros cuadrados.

Como puedes observar en el rectángulo que representa el salón, se tienen 4 secciones: **un cuadrado y tres rectángulos menores de distintas áreas.**

El dueño se da cuenta de que su presupuesto para la duela de la pista de baile alcanza para cubrir 100 metros cuadrados, así que de esa medida será la pista de baile.

Con base en ello se pregunta: ¿cuál es el área que ocupará la orquesta?, ¿alcanzará para tener al menos 80 metros cuadrados para las mesas?

Observa qué debe hacer.

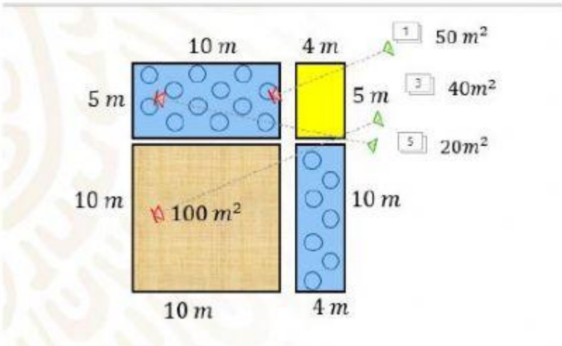


Debido a que quiere en forma de cuadrado la pista de baile, y son 100 metros cuadrados de duela, la longitud de ese cuadrado debe ser de 10 metros por lado, el resto de las secciones quedará necesariamente de la siguiente forma:

Al tener un cuadrado de lado 10 para la pista, y el salón de baile mide 15 metros de fondo, quedan 5 metros disponibles.
En el frente le quedan entonces 4 metros libres, por lo que se forman dos rectángulos, uno de 5 por 10 metros y otro de 4 por 10 metros, y observando te das cuenta de que en el esquema queda delimitada la zona para la orquesta.

Esta zona medirá entonces 5 por 4 metros. Entonces, sólo falta calcular las áreas restantes de las zonas de orquesta y las mesas, y con ello podrás saber si es el lugar que está buscando.

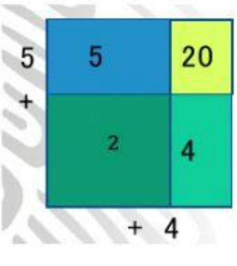
Calcula:



La pista de baile tiene 100 metros cuadrados. En el rectángulo de 5 por 10 metros tiene un área de 50 metros cuadrados. En otro rectángulo de 4 por 10 metros tiene un área de 40 metros cuadrados. Y en la zona restante tiene un rectángulo de 4 por 5 metros, lo que da 20 metros cuadrados.

Entonces, si tiene dos rectángulos para la zona de mesas de 50 y 40 metros cuadrados cada una, se dispone de 90 metros cuadrados para la zona de mesas y eso es más de lo que necesitaba como mínimo, por lo que sí cumple con las condiciones que estableció para su compra.

Pero, ¿cómo se relaciona este ejemplo con el propósito de la sesión? ¿Qué sucede si a esta representación geométrica le das el valor de "x" al lado del cuadrado que se tenía en 100 metros cuadrados? ¿Qué pasa con las áreas de las 4 secciones que se forman? Observa el esquema.



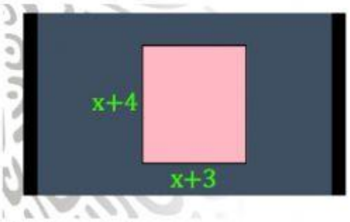
Tienes ahora que las dimensiones de frente y fondo del rectángulo están representadas por "x" más 4 y por "x" más 5. Entonces las áreas de las 4 secciones quedan del siguiente modo:

- El cuadrado de lado "x" tiene área de "x" cuadrada.
- El rectángulo de base 4 y altura "x" tiene un área de 4x.
- El rectángulo de base "x" y altura 5 tiene un área de 5x.
- Y el área del rectángulo restante es de 4 por 5 igual a 20.

Con las literales te das cuenta de que la base y la altura del **rectángulo tienen el formato de binomios (x + a) y (x + b).**

En donde “a” y “b” representan dos cantidades distintas entre sí, mientras que “x” es lo que se le llama un término común.

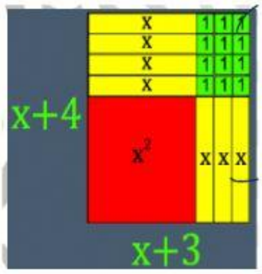
Los binomios de la forma (x + a) por (x + b) tienen un término común —que en este caso es la “x”—, y un término que es diferente en ambos binomios.



Resuelve **otro ejemplo**, observa la representación geométrica del producto (x + 3) por (x + 4).

Forma una figura cuya base sea el primer binomio (x + 3) y de altura sea (x + 4).

Como se trata de un rectángulo, añades las secciones que corresponden. Así, se forma un cuadrado de lado “x” y se añaden en la base 3 rectángulos de base 1 y de altura “x”.



En la parte que falta de la altura se añaden 4 rectángulos de altura 1 y de base “x”.

Para completar la figura rectangular, añades las piezas unitarias necesarias, esto es que agregas piezas de lado 1 hasta completarlo. Se requiere que formes un rectángulo de lados 3 por 4. El resultado es de 12 unidades.

Calculemos el área total:

x + 4

x + 3

Multiplicamos el 3 por ambos términos de arriba — ☐ x + ☐

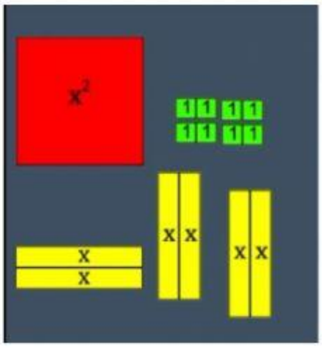
Multiplicamos la x por ambos términos de arriba — x☐ + ☐

Se suman los términos con una misma base — ☐☐ ☐ + ☐

De este modo, resuelves algebraicamente. En este caso, la regla que te servirá para abreviar el procedimiento.

Observa otro ejemplo:

Tienes ahora las siguientes piezas:



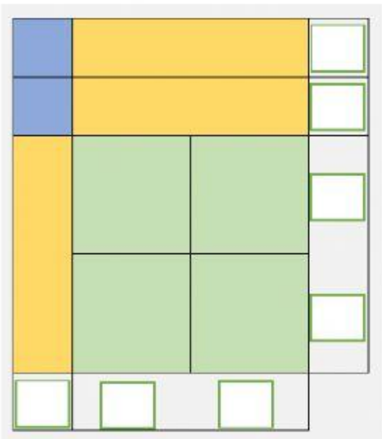
- 1 de “x” cuadrada,
- 6 piezas de área “x”
- y 8 piezas unitarias.

Encuentra los dos binomios que representan esta figura

¿Y cuál es el área total?

No siempre se tiene una sola pieza de “x” cuadrada pueden ser más piezas.

Observa otro ejemplo.



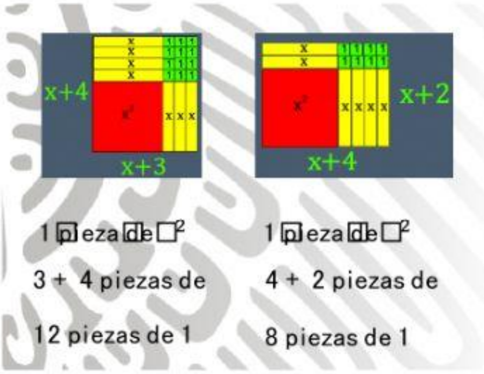
Determina el binomio que lo representa

Calcula el área

.

Considera los 3 ejemplos que has realizado, apoyándote en su representación geométrica. Los ejemplos son:

- (x + 3) por (x + 4)
- (x + 4) por (x + 2)
- (2x + 1) por (2x + 2)



Tienes los resultados que se obtuvieron de cada uno de ellos. Analiza si encuentras una regularidad.

Se puede observar que en todos ellos se formó un cuadrado con las piezas que corresponden al término común del binomio.

Y con las piezas de área “x” se puede ver que en las dos primeras tienes una cantidad igual a la suma de los términos no comunes: en la primera son 7 piezas de “x”, que es la suma de 3 más 4. En la segunda son 6 piezas de “x”, que es la suma de 4 más 2. Pero en el tercer ejemplo no se encuentra eso mismo. Deberían ser sólo 3 y se tiene 6.

Ese análisis es correcto, pero falta observar con más detalle.

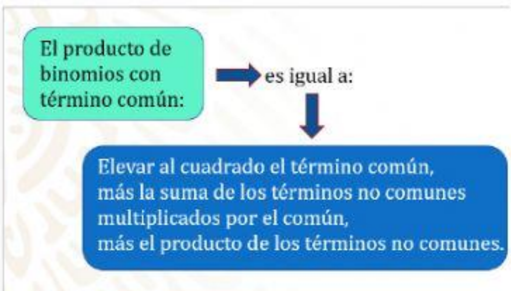
En el tercer ejemplo son 6 piezas de “x” porque se ven afectadas al tener no sólo una “x” cuadrada en la base y en la altura del rectángulo. Observa: esa parte hace que exista un cambio.

Como no tienes dos piezas de “x” cuadrada en los binomios, las piezas de área “x” son el doble de la suma que se había contemplado.

Las piezas unitarias corresponden al producto que se obtiene de multiplicar los términos no semejantes:

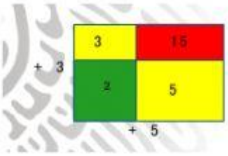
- 3 por 4 son 12 en el primer ejemplo,
- 4 por 2 son 8 para el segundo y
- 1 por 2 igual a 2 para el tercer ejemplo.

Resumiendo, se tiene que el producto de dos binomios con término común es igual a elevar al cuadrado el término común más la suma de los términos no comunes multiplicándolos por el común, más el producto de los términos no comunes.



Ahora realiza otro ejercicio, completa las áreas que se forman en el siguiente esquema y verifica que el resultado sea correcto.

Ahora el esquema ya no lleva piezas individuales de “x” y de 1, pero se aplicará lo que acabas de aprender.



Como la base es (x + 5) y la altura es (x + 3), tienes que la zona verde es “x cuadrada” porque es el cuadrado del término común.

La zona de color amarillo es “8x”, ya que es la suma de “5x” y “3x”, que corresponden a la suma de los términos no comunes multiplicados por “x”, el común.

¿A qué es igual el producto de “x” más 5 por “x” más 3?

Los binomios pueden representar una sustracción.

Observa un ejemplo con los modelos geométricos.

Realiza la multiplicación de (x + 2) por (x - 4).