LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

GEOMETRI ANALITIK BIDANG DAN RUANG

NAMA :

KELAS :

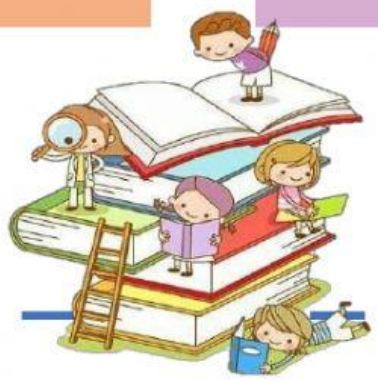
Tujuan Pembelajaran :

Setelah mengikuti serangkaian kegiatan pembelajaran, peserta didik diharapkan mampu :

1. Memecahkan masalah matematika dengan kemampuan menganalisis.
2. Menguasai konsep Geometri Analitik dan Ruang melalui kegiatan pembelajaran menggunakan media live worksheet.
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Geometri, dengan rasa ingin tahu, tanggung jawab, disiplin selama prose pembelajaran, serta dapat berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik.

Petunjuk Pengerjaan :

1. Bacalah doa sebelum mengerjakan.
2. Tuliskan nama dan kelas pada kolom yang tersedia.
3. Bacalah soal – soal LKPD dengan cermat.
4. Tuliskan jawaban pada kolom atau titik – titik telah disediakan.
5. Jika sudah menjawab semua soal – soalnya dan sudah yakin benar, silahkan klik FINISH.
6. Lihat skor/nilai yang kamu dapatkan



LIVEWORKSHEETS

Materi 4

Elips

Definisi

Elips adalah tempat kedudukan titik-titik yang jumlah jaraknya dari dua titik tertentu mempunyai nilai tetap. Kedua titik tertentu tersebut disebut Fokus ( ) atau titik api dari sebuah elips.

Persamaan Elips

1. Persamaan Elips yang Berpusat di $O(0,0)$

❖ Kurva Elips dengan Titik Pusat O (0,0) dan Sumbu Mayor **di Sumbu *X***

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,,\mathrm{a}>\mathrm{b}$$

Unsur-unsur:

1) Pusat O (0,0)
2) Puncak:
   $A_1(a,0), A_2(-a,0)$
   $B_1(0,b), B_2(0,-b)$
3) Nilai Eksentrisitas: $e=\frac{1}{a}\sqrt{a^2-b^2}\ atau\ e=\frac{c}{a}$
4) Fokus: $F_1(c,0)$ dan $F_2(-c,0)$
5) Panjang sumbu mayor=2a dan panjang sumbu minor =2b.
6) Panjang latus rectum $=\frac{2b^2}{a}$
7) Persamaan direktris $= x=\pm\frac{a}{e}\ atau\ x=\pm\frac{a^2}{c}$

❖ Kurva Elips dengan Titik Pusat O (0,0) dan Sumbu Mayor **di Sumbu *Y***

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1\,,\mathrm{a}>\mathrm{b}$$

LIVEWORKSHEETS

Unsur-unsur:

1) Pusat O (0,0)
2) Puncak:

   $A_1(0,a), A_2(0,-a)$

   $B_1(b,0), B_2(-b,0)$
3) Nilai Eksentrisitas: $e = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}\ atau\ e = \frac{c}{a}$
4) Fokus $F_1(0,c)$ dan $F_2(0,-c)$
5) Panjang sumbu mayor=2a dan panjang sumbu minor =2b.
6) Panjang latus rectum $= \frac{2b^2}{a}$
7) Persamaan direktris $= y = \pm\frac{a}{e}\ atau\ y = \pm\frac{a^2}{c}$

2. Persamaan Elips yang Berpusat di (p, q)

- Kurva Elips dengan Titik Pusat (p, q) dan Sumbu Mayor **di Sumbu *X***

$$\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1\ , \mathrm{a} > \mathrm{b}$$

Unsur-unsur:

1) Pusat : M (p, q)
2) Puncak :

   $(p + a, q), (p - a, q)$

   $(p, q + b), (p, q - b)$
3) Nilai Eksentrisitas: $e = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}\ atau\ e = \frac{c}{a}\ \ dan\ (p, q - b)$
4) Fokus: $(\ p\ +\ c, q)\ dan\ (p - c, q)$
5) Panjang sumbu mayor=2a dan panjang sumbu minor =2b.
6) Panjang latus rectum $= \frac{2b^2}{a}$
7) Persamaan direktris $= x = p \pm \frac{a}{e}\ atau\ x = p \pm \frac{a^2}{c}$

- Kurva Elips dengan Titik Pusat (p, q) dan Sumbu Mayor **di Sumbu *Y***

$$\frac{(x-p)^2}{b^2} + \frac{(y-q)^2}{a^2} = 1\ , \mathrm{a} > \mathrm{b}$$

LIVEWORKSHEETS

Unsur-unsur:

1) Pusat: $M\ (p, q)$
2) Puncak:
   $(p, q + a), (p, q - a)$
   $(p + b, q), (p - b, q)$
3) Nilai Eksentrisitas: $e = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}\ atau\ e = \frac{c}{a}\ \ dan\ c = \sqrt{a^2 - b^2}$
4) Fokus: $(p, q + c)\ dan\ (p, q - c)$
5) Panjang sumbu mayor=2a dan panjang sumbu minor =2b.
6) Panjang latus rectum = $\frac{2b^2}{a}$
7) Persamaan direktris = $y = q \pm \frac{a}{e}\ atau\ y = q \pm \frac{a^2}{c}$

3. Bentuk Umum Persamaan Elips

Bentuk umum dari persamaan elips adalah:

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

- Jika $A < B$ maka elips horizontal
- Jika $A > B$ maka elips vertikal

Untuk dapat mengetahui sifat-sifat elips $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$, terlebih dahulu bentuk ini kita ubah ke bentuk persamaan $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$

Latihan Soal

1. Tentukan titik puncak dari Elips dengan persamaan $4x^2 + 16y^2 = 100$ dengan titik pusat $(0,0)$

   a. $(0,4)$ dan $(0,-4)$
   b. $(4,0)$ dan $(-4,0)$
   c. $(3,0)$ dan $(-3,0)$
   d. $(0,3)$ dan $(0,-3)$

2. Tentukan jarak antar fokus elips dari persamaan $9x^2 + 16y^2 - 18x - 32y - 119 = 0$

   a. $2\sqrt{5}$
   b. $2\sqrt{7}$
   c. $4\sqrt{5}$
   d. $4\sqrt{7}$

LIVEWORKSHEETS

3. Tentukan panjang latus rectum elips dari persamaan $\frac{(x-4)^2}{100} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

a. 6

b. 5

c. 3

d. 10

Persamaan Garis Singgung pada Elips

A. Persamaan Garis Singgung Elips yang Berpuncak di $O\,(0,0)$ dan $P\,(p,q)$ dengan Gradien m

Persamaan Elips	Persamaan Garis Singgung Elips dengan Gradien m
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$y = mx \pm \sqrt{b^2 + a^2m^2}$
$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$	$y = mx \pm \sqrt{a^2 + b^2m^2}$
$\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$	$y - q = m(x-p) \pm \sqrt{b^2 + a^2m^2}$
$\frac{(x-p)^2}{b^2} + \frac{(y-q)^2}{a^2} = 1$	$y - q = m(x-p) \pm \sqrt{a^2 + b^2m^2}$

Masalah 1

Tentukan persamaan garis singgung elips $4x^2 + 9y^2 = 36$ dengan gradien $m = 1$.

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan masalah diatas, pertama sekali kita ubah persamaan elips $4x^2 + 9y^2 = 36$ dengan membagi kedua ruas dengan 36, sehingga menjadi,

$$\frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Dengan , $a^2 = \dots$, $b^2 = \dots$ dan $m = \dots$

LIVEWORKSHEETS

Maka, persamaan garis singgung nya adalah :

$y = mx \pm \sqrt{b^2 + a^2m^2}$

$y = \ldots \pm \sqrt{\ \ldots\ + (\ \ldots\ )(\ \ldots\ )}$

$y = \ldots \pm \sqrt{\ \ldots\ + \ldots}$

$y = \ldots \pm \sqrt{\ldots}$

Jadi, persamaan garis singgung elips adalah :

$y = \ldots + \sqrt{\ldots}$ dan $y = \ \ldots - \sqrt{\ldots}$

Masalah 2

Tentukan persamaan garis singgung elips $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(x-4)^2}{16} = 1$ dengan gradien $m = -\frac{1}{2}$

Penyelesaian:

$a^2 = \ldots\ , b^2 = \ldots$

$p\ = \ \ldots\ \ , q = \ldots$

$m = \ldots$

Maka, persamaan garis singgungnya adalah:

$y - q = m(x - p) \pm \sqrt{b^2 + a^2m^2}$

$\ldots - \ldots = \ldots\ (\ \ldots - \ldots\ ) \pm \sqrt{\ldots + \ (\ldots)(\ldots)}$

$\ldots - \ldots = \ldots\ (\ \ldots - \ldots\ ) \pm \sqrt{\ldots + \ldots}$

$\ldots - \ldots = \ldots\ (\ \ldots - \ldots\ ) \pm \sqrt{\ldots}$

$\ldots - \ldots = \ldots\ (\ \ldots - \ldots\ ) \pm \ldots$ (kalikan ruas dengan 2)

$\ldots\ (\ \ldots - \ldots\ ) = \ -(\ \ldots - \ldots\ ) \pm \ldots$

$\ldots - \ldots = \ldots - \ldots \pm \ldots$

$\ldots + \ldots = \ldots + \ldots \pm \ldots$

$\ldots + \ldots = \ldots \pm \ldots$

Jadi, persamaan garis singgung nya adalah:

$\ldots + \ldots = \ldots$ dan $\ldots + \ldots = \ldots$

LIVEWORKSHEETS

B. Persamaan Garis Singgung Melalui Titik (x_1, y_1)pada Elips yang Berpuncak di $O\ (0,0)$ dan $P\ (p,q)$

Persamaan Elips	Persamaan Garis Singgung Melalui Titik (x_1, y_1)
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$
$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$	$\frac{x_1x}{b^2}+\frac{y_1y}{a^2}=1$
$\frac{(x-p)^2}{a^2}+\frac{(y-q)^2}{b^2}=1$	$\frac{(x_1-p)(x-p)}{a^2}+\frac{(y-q)(y_1-q)}{b^2}=1$
$\frac{(x-p)^2}{b^2}+\frac{(y-q)^2}{a^2}=1$	$\frac{(x_1-p)(x-p)}{b^2}+\frac{(y-q)(y_1-q)}{a^2}=1$

Masalah 1

Tentukan persamaan garis singgung elips $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{12}=1$ pada titik (3,4).

Penyelesaian:

$x_1 = \ldots$

$y_1 = \ldots$

Persamaan garis singgung elips $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{12}=1$ pada titik (3,4) adalah

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

$$\frac{\ldots}{\ldots}+\frac{\ldots}{\ldots}=$$

$$(\ldots)(\ldots)+(\ldots)(\ldots)=\ldots$$

$$\ldots+\ldots=\ldots$$

$$\ldots+\ldots=\ldots$$

Jadi, persamaan garis singgung nya adalah $\ldots + \ldots = \ldots$

LIVEWORKSHEETS

Masalah 2

Tentukan persamaan garis singgung $\frac{(x-2)^2}{6}+\frac{(y-1)^2}{12}=1$ pada titik $(-1,2)$.

Penyelesaian:

$p = \ldots$

$q = \ldots$

$x_1 = \ldots$

$y_1 = \ldots$

Persamaan garis singgung $\frac{(x-2)^2}{6}+\frac{(y-1)^2}{12}=1$ pada titik $(-1,2)$ adalah

$$\frac{(x_1-p)(x-p)}{b^2}+\frac{(y-q)(y_1-q)}{a^2}=1$$

$$\frac{(\ldots-\ldots)(\ldots-\ldots)}{\ldots}+\frac{(\ldots-\ldots)(\ldots-\ldots)}{\ldots}=1$$

$$\frac{\ldots\,(\ldots-\ldots)}{\ldots}+\frac{(\ldots-\ldots)}{\ldots}=1$$

$$\frac{-(\ldots-\ldots)}{\ldots}+\frac{(\ldots-\ldots)}{\ldots}=1$$

$$\frac{\ldots+\ldots}{\ldots}+\frac{\ldots-\ldots}{\ldots}=1$$

$$\ldots\,(\ldots+\ldots)+\ldots(\ldots-\ldots)=\ldots$$

$$\ldots+\ldots+\ldots-\ldots=\ldots$$

$$\ldots+\ldots=\ldots-\ldots+\ldots$$

$$\ldots+\ldots=\ldots$$

$$\ldots+\ldots=\ldots$$

Jadi, persamaan garis singgungnya adalah $\ldots+\ldots=\ldots$

LIVEWORKSHEETS