

SKOR

MATH



I N T E G R A L

CRAETE BY KELOMPOK 10 :

ELSYA SALSABILLA DASAAD 2113021066 | NADHIFAH KANSAN HANIF 2113021034
| NADIRA HANDAYANI 2113021030 | RIRIS NUR FEBRIANI 2113021048

KOMPETENSI DASAR



4.10 MENYELESAIKAN MASALAH YANG BERKAITAN DENGAN INTEGRAL TAK TENTU (ANTI TURUNAN) FUNGSI ALJABAR.

4.13 MENYELESAIKAN MASALAH YANG BERKAITAN DENGAN INTEGRAL TAK TENTU (ANTITURUNAN) FUNGSI ALJABAR.

INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

MELALUI PROSES PEMBELAJARAN INTEGRAL. SISWA MEMILIKI PENGALAMAN BELAJAR SEBAGAI BERIKUT :

- MENEMUKAN KONSEP INTEGRAL MELALUI PEMECAHAN MASALAH AUTENTIK;
- BERKOLABORASI MEMECAHKAN MASALAH AKTUAL DENGAN POLA INTERAKSI SOSIAL KULTUR;
- BERPIKIR TINGKAT TINGGI (BERPIKIR KRITIS, KREATIF) DALAM MENVELIDIKI DAN MENGAPLIKASIKAN KONSEP INTEGRAL DALAM MEMECAHKAN MASALAH AUTENTIK

TUJUAN PEMBELAJARAN

MELALUI LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK INI SISWA DIHARAPKAN MAMPU :

1. MENEMUKAN KONSEP INTEGRAL MELALUI PEMECAHAN MASALAH AUTENTIK;
2. BERKOLABORASI MEMECAHKAN MASALAH AKTUAL DENGAN POLA INTERAKSI SOSIAL KULTUR;
3. BERFIKIR TINGKAT TINGGI (BERFIKIR KRITIS, KREATIF) DALAM MENVELIDIKI DAN MENGAPLIKASIKAN KONSEP INTEGRAL DALAM MEMECAHKAN MASALAH AUTENTIK.

IDENTITAS DIRI :

NO ABSEN :

NAMA :

KELAS :



TURUNAN FUNGSI

INTEGRAL TAK TENTU SEBAGAI KEBALIKAN DARI
TURUNAN FUNGSI

RUMUS TURUNAN FUNGSI :

MISALKAN $F(x)$ ADALAH FUNGSI BERNILAI REAL
DAPAT DITURUNKAN PADA INTERVAL I , A
BILANGAN REAL, MAKA:

INGAT

$$F(x) = x^2 \text{ turunannya } F'(x) = nx^{n-1}$$

$$F(x) = ax^n \text{ turunannya } F'(x) = anx^{n-1}$$



TABEL POLA HUBUNGAN TURUNAN DAN FUNGSI $y = ax^N$

TURUNAN FUNGSI ($F(x)$)	ANTI TURUNAN FUNGSI ($F(x)$)	POLA
1	x	$1x^0 \rightarrow \frac{1}{1}x^1 = \frac{1}{0+1}x^{0+1}$
$2x$	x^2	$2x^1 \rightarrow \frac{2}{2}x^2 = \frac{2}{1+1}x^{1+1}$
$3x^2$	x^3	$3x^2 \rightarrow \frac{3}{3}x^3 = \frac{3}{2+1}x^{2+1}$
$8x^2$	$2x^4$	$8x^3 \rightarrow \frac{8}{4}x^3 = \frac{8}{3+1}x^{3+1}$
anx^{n-1}	ax^n	$anx^{n-1} \rightarrow \frac{a}{n}x^n = \frac{a}{(n-1)+1}x^{n+1}$
ax^n	anx^{n-1}	$\frac{a}{n+1}x^{n+1}$

DARI PENGAMATAN PADA TABEL TERSEBUT, DAPAT DILIHAT SEBUAH ATURAN
INTEGRAL ATAU POLA ANTI INTEGRAL ATAU POLA ANTI-TURUNAN DARI TURUNAN :

$$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1}$$

DENGAN n ADALAH BILANGAN RASIONAL

TUGAS I



$$\int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{x^2\sqrt{x}} dx = \dots$$

- A. $-\frac{2}{3x\sqrt{x}} + \frac{2}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$
- B. $-\frac{2}{3x\sqrt{x}} - \frac{2}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$
- C. $-\frac{2}{3x\sqrt{x}} - \frac{2}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$
- D. $\frac{2}{3x\sqrt{x}} + \frac{2}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$
- E. $\frac{2}{3x\sqrt{x}} + \frac{2}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$

**TENTUKAN PILIHAN
JAWABAN YANG TEPAT**

$$\int (4x^3 - 6x + 3) dx = \dots$$

- A. $x^4 - 6x^2 + 3x + C$
- B. $x^4 - 6x^2 + x + C$
- C. $x^4 - 6x^2 - 3x + C$
- D. $x^4 - 3x^2 + 3x + C$
- E. $x^4 - 3x^2 + x + C$

$$\int (10x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + 5) dx = \dots$$

- A. $4x^4\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 5x + C$
- B. $4x^4\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5x + C$
- C. $4x^4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 5x + C$
- D. $2x^4\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5x + C$
- E. $2x^4\sqrt{x} + \sqrt{x} + 5x + C$

$$\int (4x^2 - 6)(5x^2 + 3) dx = \dots$$

- A. $4x^5 - 6x^3 - 18x + C$
- B. $4x^5 - 6x^3 + 18x + C$
- C. $4x^5 + 6x^3 - 18x + C$
- D. $2x^5 - 6x^3 - 18x + C$
- E. $2x^5 + 6x^3 + 18x + C$

$$\int \frac{x^4 - x\sqrt{x}}{\sqrt{x}^3} dx = \dots$$

- A. $\frac{2}{7}x\sqrt{x} - x + C$
- B. $\frac{2}{7}x^2\sqrt{x} + x + C$
- C. $\frac{2}{7}x^2\sqrt{x} - x + C$
- D. $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} + x + C$
- E. $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} - x + C$

$$\int x^{-4} (x + 5)^2 dx = \dots$$

- A. $-\frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{25}{3x^3} + C$
- B. $-\frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{25}{3x^3} + C$
- C. $-\frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{25}{3x^3} + C$
- D. $\frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{25}{3x^3} + C$
- E. $\frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{25}{3x^3} + C$

$$\int \frac{2(x-6)^2}{x^5} dx = \dots$$

- A. $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{18}{x^4} + C$
- B. $\frac{1}{x^2} - \frac{5}{x^3} + \frac{18}{x^4} + C$
- C. $-\frac{1}{x^2} + \frac{8}{x^3} - \frac{18}{x^4} + C$
- D. $-\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x^3} + \frac{18}{x^4} + C$
- E. $-\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x^3} - \frac{18}{x^4} + C$

$$\int (7x^2\sqrt{x} + 5\sqrt{x^3} + 1) dx = \dots$$

- A. $2x^3\sqrt{x} + 2\sqrt{x^5} + x + C$
- B. $2x^3\sqrt{x} + 2\sqrt{x^4} + x + C$
- C. $3x^3\sqrt{x} + 2\sqrt{x^5} + x + C$
- D. $3x^3\sqrt{x} + 2\sqrt{x^4} + x + C$
- E. $4x^4\sqrt{x} + 2\sqrt{x^4} + x + C$

$$\int (x^2 - 1)\sqrt{x} dx = \dots$$

- A. $\frac{1}{21}x\sqrt{x} (3x^2 - 7) + C$
- B. $\frac{1}{21}x\sqrt{x} (3x^2 + 7) + C$
- C. $\frac{2}{21}x\sqrt{x} (3x^2 - 7) + C$
- D. $\frac{2}{21}x\sqrt{x} (3x^2 + 7) + C$
- E. $\frac{3}{21}x\sqrt{x} (3x^2 - 7) + C$

$$\int (x\sqrt{x} - 5)^2 dx = \dots$$

- A. $4x^4\sqrt{x} + \frac{1}{4}x^4 + 25x + C$
- B. $4x^4\sqrt{x} + \frac{1}{4}x^4 - 25x + C$
- C. $-4x^2\sqrt{x} - \frac{1}{4}x^4 - 25x + C$
- D. $-4x^2\sqrt{x} + \frac{1}{4}x^4 + 25x + C$
- E. $-4x^2\sqrt{x} - \frac{1}{4}x^4 - 25x + C$

KONSEP

KONSEP DASAR DARI METODE SUBSTITUSI ADALAH MENGUBAH
PERSOALAN INTEGRAL YANG KOMPLEKS MENJADI BENTUK YANG
LEBIH SEDERHANA.

$$\text{Jika } u = f(x) \text{ maka } du = f'(x)dx$$

$$\text{Misalkan, } u = 5x^4 \rightarrow \frac{du}{dx} = 20x^3 \text{ atau } du = 20x^3 dx$$

BENTUK INTEGRAL SUBSTITUSI



BENTUK UMUM

$$\int \left[f(x) \frac{du}{dx} \right] du = \int f(u) du$$



BENTUK KHUSUS

$$\int (ax + b)^n dx =$$

$$\frac{1}{a(n+1)} (ax + b)^{n+1} + C$$

DAN

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax + b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b} + C$$

TUGAS II



MARI MENCOCOKKAN JAWABAN!!!!

HUBUNGKANLAH SOAL DAN JAWABAN YANG TEPAT DIBAWAH,
DENGAN MENARIK GARIS!

$$\int (2x + 3)^5 dx$$

$$\int 4(2x + 3)^4 dx$$

$$\int 4x(x^2 - 4)^6 dx$$

$$\int 12x^2(x^3 + 5)^4 dx$$

$$\int \sqrt{5x + 2} dx$$

$$\int \sqrt[5]{(2x - 4)^3} dx$$

$$\int \frac{2}{(5t-1)^4} dt$$

$$\int -\frac{5}{(t+1)^6} dt$$

$$\int \frac{2x+5}{(x^2+5x)^2} dx$$

$$\int x\sqrt{1-x^2} dx$$

$$\frac{2}{5} (2x + 3)^5 + C$$

$$\frac{2}{15} (5x + 2)\sqrt{5x + 2} + C$$

$$\frac{2}{7} (x^2 - 4)^7 + C$$

$$\frac{4}{5} (x^3 + 5)^5 + C$$

$$-\frac{1}{3} (1 - x^2)\sqrt{1 - x^2} + C$$

$$\frac{5}{16} (2x - 4)\sqrt[3]{(2x - 4)^3} + C$$

$$-\frac{2}{15(5t - 1)^3} + C$$

$$\frac{1}{12} (2x + 3)^6 + C$$

$$\frac{1}{(t + 1)^5} + C$$

$$-\frac{1}{x^2 + 5x} + C$$



INTEGRAL TAK TENTU TRIGONOMETRI

SETELAH MEMPELAJARI
INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI
ALJABAR, YUK PINDAH KE
INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI
TRIGONOMETRI!

$$\int \sin ax \, dx = \frac{1}{a} \cos ax + c$$

$$\int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$$

$$\int \sec ax \, dx = \frac{1}{a} \tan ax + c$$

$$\int \operatorname{cosec} ax \, dx = \frac{1}{a} \cotan ax + c$$

$$\int \tan x \sec x \, dx = \sec ax + c$$

$$\int \cotan x \operatorname{cosec} x \, dx = -\operatorname{cosec} ax + c$$

$$\int \sin(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c$$

$$\int \cos(ax + b) \, dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$$

$$\int \tan x \sec x \, dx = \sec ax + c$$

$$\int \operatorname{cosec}(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \cotan(ax + b) + c$$

$$\int \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\int \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

INTEGRAL SUBSTITUSI TRIGONOMETRI

$$\sqrt{a^2 + u^2}, \sqrt{u^2 - a^2}$$

UNTUK MENYELESAIKAN DIGUNAKAN SUBSTITUSI SEBAGAI BERIKUT

$$\sqrt{a^2 - u^2} \text{ dimisalkan } u = a \sin \theta$$

$$\text{sehingga } \sqrt{a^2 - u^2} = a \cos \theta$$

$$\sqrt{u^2 - a^2} \text{ dimisalkan } u = a \tan \theta$$

$$\text{sehingga } \sqrt{u^2 - a^2} = a \tan \theta$$

$$\sqrt{a^2 + u^2} \text{ dimisalkan } u = a \sin \theta$$

$$\text{sehingga } \sqrt{a^2 + u^2} = a \sec^2 \theta$$



TUGAS III

DROP JAWABAN YANG BENAR PADA MASING MASING KOLOM JAWABAN

$$\int (x^2 + 1) \cos x \, dx =$$

.....

.....

$$\int x \cos (2x - 1) \, dx =$$

.....

.....

$$\int x \sin (x^2 + 1) \, dx =$$

.....

.....

$$\int 3x \cos 2x \, dx =$$

.....

.....

$$\int x \sin x \, dx =$$

.....

.....

Jika $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} \, dx$ diubah bentuknya dengan substitusi $\sqrt{x} = \sin y$, maka hasilnya adalah...

.....

.....

$$\text{Tentukan } \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} \, dx$$

.....

.....

$$\text{Tentukan } \int \frac{dx}{\sqrt{9+x^2}} =$$

.....

.....

$$\text{Tentukan } \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx =$$

.....

.....

$$\text{Tentukan } \int \frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}} \, dx =$$

.....

.....

CARILAH JAWABAN YANG SESUAI DENGAN SOAL DIATAS

$$\sin x - x \cos x + C$$

$$\frac{3}{2} x \sin 2x + \frac{3}{4} \cos 2x + C$$

$$-\frac{1}{2} \cos (x^2 + 1) + C$$

$$2 \ln |2 - \sqrt{4-x^2}| - 2 \ln |x| + \sqrt{4-x^2} + C$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + C$$

$$(x^2 - 1) \sin x + 2x \cos x + C$$

$$-\sqrt{1-x^2} + C$$

$$\frac{1}{2} x \sin (2x - 1) + \frac{1}{4} \cos (2x - 1) + C$$

$$\ln |\sqrt{9-x^2} - x| - \ln |3| + C$$

$$2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, dx$$

pilihan jawaban

- A. $v(t) = 12t^2 + 10t + 3$
B. $f(x) = 2x^3 + 4x - 5$
C. $s(t) = 4t^3 + 5t^2 + 3t + 2$
D. $s(t) = 2t^3 - 4t^2 + 5$
E. $y = x^2 - 4x + C$

- Karena $a(t)=v'(t)$ tentukan persamaan $v(t)$ menggunakan integral.
- Substitusikan $v(10)=1.303$ ke persamaan tersebut, diperoleh C sehingga persamaan fungsi kecepatan $v(t)$ akan terjawab.

+

5

Jika diketahui suatu partikel bergerak dengan percepatan $a(t) = 24t + 10$. Tentukan persamaan fungsi jarak s jika diketahui jarak partikel pada $t = 10$ adalah 4.532

jawab :

+

- Karena $v(t)=s'(t)$ tentukan persamaan $s(t)$ menggunakan integral.
- Substitusikan $s(10)=4.532$ ke persamaan tersebut, diperoleh C sehingga persamaan fungsi jarak $s(t)$ akan terjawab.

4

Jika diketahui suatu partikel bergerak dengan percepatan $a(t) = 24t + 10$. Tentukan persamaan fungsi kecepatan partikel tersebut jika diketahui kecepatan partikel pada $t = 10$ adalah 1.303

jawab :

+

- Karena $v(t)=s'(t)$ tentukan $s(t)$ menggunakan integral.
- Substitusikan $s(t)=6$ dan $t=0$ ke persamaan tersebut, diperoleh C sehingga rumus fungsi jarak $s(t)$ akan terjawab.

3

Diketahui kecepatan suatu benda adalah $v(t) = 6t - 8t$ dan posisi benda pada jarak 5 untuk $t = 0$. Tentukan rumus fungsi jarak $s(t)$

jawab :

lingkaran yang berisi angka merupakan soal yang perlu dikerjakan untuk mengisi kolom jawaban di halaman sebelumnya

lingkaran dengan tanda (+) di dalamnya berisi informasi mengenai bangun ruang sisi datar

- Ubah persamaan gradien di titik A menjadi $dy =$
- Tentukan integral ruas kanan dan ruas kiri
- Substitusikan $A(2,0)$ diperoleh konstanta C sehingga persamaan kurva akan terjawab

+

Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A (2, 0). Jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 2x - 4$, tentukan persamaan kurva tersebut

jawab :

1

Tentukan rumus fungsi f apabila gradien kurva f yang melalui titik (1, 1) diketahui $f'(x) = 6x^2 + 4$

jawab :

+

2

- Tentukan fungsi $f(x)$
- Kemudian substitusikan titik (1,1) ke persamaan, akan diperoleh C maka rumus fungsi f akan terjawab