



Lembar kerja peserta didik

Nama : _____

Kelas : _____

No absen : _____





A. Kompetensi dasar

3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

B. Indikator

3.5.1 Peserta didik mampu menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks

4.5 Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

PETUNJUK PENGGUNAAN

1. Isilah identitas diri pada tempat yang telah disediakan
2. Lakukan setiap langkah kerja yang ada pada LKPD dengan hati-hati
3. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab dan disiplin
4. Jika ada yang belum dipahami silahkan bertanya kepada guru
5. Jika telah selesai mengerjakan, silahkan kumpulkan LKPD kepada guru



Materi

1. Translasi

Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.

Titik $A(x,y)$ ditranslasikan oleh $T\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$ menghasilkan bayangan $A'(x',y')$ ditulis

$$A(x,y) \xrightarrow{T\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)} A'(x',y')$$

Bentuk persamaan matriks translasi : $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

2. Refleksi

Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin.

Jenis-jenis refleksi :

Refleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu x	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik Asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

3. Rotasi

Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.

Jenis-jenis rotasi berdasarkan titik pusat :

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
(0,0)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

4. Dilatasi

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi.

Jenis-jenis dilatasi berdasarkan titik pusat :

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
(0,0)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

5. Luas Bangun Hasil Transformasi

Transformasi yang biasanya dapat mengubah luas suatu bangun adalah yang berbentuk matrik tertentu. Translasi, refleksi dan dilatasi tidak mengubah luas suatu bangun.

Luas bangun hasil transformasi matriks $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah :

$$L' = L \times \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Keterangan : L adalah luas awal sebuah bangun.

Untuk sebuah segitiga yang memiliki 3 titik maksimal ABC , maka untuk mencari luasnya digunakan rumus berikut:

$$L_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$L_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} [(a_1b_2 + b_1c_2 + c_2a_2) - (b_1a_2 + c_1b_2 + a_1c_2)]$$



a. Komposisi Transformasi Dengan Matriks

Menentukan bayangan :

$$\text{Bayangan} = (M_3 \cdot M_2 \cdot M_1) \times \text{awal}$$

Titik pusat (0,0)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \cdot M_2 \cdot M_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Titik pusat (a, b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) \times \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \cdot M_2 \cdot M_1) \times \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

b. Komposisi Translasi

Cara pengerjaan komposisi translasi yaitu langsung dengan menjumlahkannya saja dengan bangun awalnya. Berikut cara mencari bayangannya:

$$\text{Bayangan} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 + \text{awal}$$

Penulisan secara matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Atau :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M_3 \circ M_2 \circ M_1 + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_3 + a_2 + a_1 \\ b_3 + b_2 + b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



c. Komposisi Dilatasi

Menentukan bayangannya :

Jika semua jenis translasinya memiliki titik pusat atau titik acuan yang sama, maka kita bisa mengalikan semua matriks dilatasinya tanpa harus mengerjakannya secara satu persatu dengan konsep komposisi matriks pada umumnya yaitu:

Bayangan = $(M_3 \circ M_2 \circ M_1) x \text{ awal}$

- Titik pusat (0,0)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \circ M_2 \circ M_1) + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Titik pusat (a,b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) x \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \circ M_2 \circ M_1) x \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Catatan: Jika dilatasi dengan masing masing titik pusatnya berbeda, maka kita harus mengerjakannya satu persatu.

Latihan soal

Jawablah soal-soal berikut ini dengan benar.
Pilihlah jawaban yang benar dengan mebklik
pada pilihan A, B, C, D, dan E

1. Bayangan dari titik $(3,-7)$ oleh translasi $T \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ adalah....
A. $(7,0)$ C. $(-7,0)$ E. $(7,-7)$
B. $(0,7)$ D. $(0,-7)$
2. Bila titik A $(-1, 2)$ dirotasikan terhadap titik $(2, 3)$ sebesar 90° , maka bayangan titik A adalah...
A. $(-7,6)$ C. $(7,6)$ E. $(6,7)$
B. $(7,-6)$ D. $(-7,-6)$
3. Diketahui titik A $(6,-3)$, maka bayangan dari titik A oleh pencerminan terhadap sumbu x adalah....
A. $(-3,6)$ D. $(3,6)$ E. $(6,3)$
B. $(3,-6)$ D. $(-6,3)$
4. Bayangan titik P $(-6,3)$ oleh dilatasi terhadap titik pusat O $(0,0)$ dengan faktor skala $1/2$ adalah....
A. $(3/2, 3)$ C. $(-3/2, 3)$ E. $(-3, -3/2)$
B. $(-3, 3/2)$ D. $(3, -3/2)$
5. Jika titik A' $(-16, 24)$ merupakan bayangan titik A (x, y) yang dilatasi dengan pusat O $(0, 0)$ dan faktor skala 4. Maka koordinat titik awal A adalah...
A. $(4, 6)$ C. $(-4,-6)$ E. $(6, 4)$
B. $(4, -6)$ D. $(-4, 6)$

6. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik A(-2, 3), B(2, 3), dan C(0, -4), selanjutnya di dilatasi dengan pusat O(0, 0) dengan faktor skala 4. Maka luas segitiga setelah di transformasikan adalah...
- A. 249 Satuan Luas C. 245 Satuan Luas E. 250 Satuan Luas
 B. 224 Satuan Luas D. 235 Satuan Luas
7. Bayangan titik A(3,0) jika ditranslasikan oleh $T_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan dilanjutkan oleh $T_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ adalah....
- A. (-4, 6) C. (4, 6) E. (6, 4)
 B. (4, -6) D. (-4, -6)
8. Jika titik (7, 4) di dilatasi oleh (O, 2), selanjutnya di rotasikan terhadap titik (0, 0) sebesar 180° , kemudian di refleksikan terhadap sumbu x, dan terakhir di refleksikan terhadap sumbu y, maka bayangan titik tersebut adalah....
- A. (14, 8) C. (-14, 8) E. (-14, -8)
 B. (8, 14) D. (14, -8)
9. Diketahui sebuah persegi ABCD, dengan A(0, 0), B(2,0), C(2, 2), dan D(0, 2). Luas bayangan persegi tersebut setelah di dilatasi terhadap titik (0, 0) dengan faktor skala 2 adalah....
- A. 4 satuan luas C. 36 satuan luas E. 12 satuan luas
 B. 16 satuan luas D. 14 satuan luas
10. Diketahui sebuah persegi panjang EFGH dengan E(0, 0), F(3, 0), G(3, 4), dan H(0, 4). Luas bayangan dari persegi panjang tersebut setelah di dilatasi oleh (O, 3) adalah....
- A. 104 satuan luas C. 108 satuan luas E. 112 satuan luas
 B. 106 satuan luas D. 110 satuan luas

SELAMAT MENGERJAKAN!