E-LKPD INTERAKTIF

TRANSFORMASI GEOMETRI

XI SMA

NAMA: ....

KELAS: ....

ABSEN: ....

A B L C D

KOMPETENSI DASAR

- 3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

PETUNJUK

- Simak video serta bacalah informasi- informasi pada LKPD
- Kerjakan soal sesuai perintah.
- Klik finish apabila telah selesai mengerjakan latihan soal.
- Masukkan isian sesuai perintah pada tampilan isian,
- setelah itu anda dapat melihat skor dari latihan soal yang telah anda kerjakan.

INDIKATOR

- Mampu menjelaskan definisi dan beberapa transformasi
- Mampu melakukan berbagai macam transformasi geometni terhadap berbagai macam bentuk geometri
- Mampu mengidentifikasi dan menggunakan komposisi transformasi
- geometri
- Mampu mendeskripsikan transformasi menggunakan koordinat kartesius dan matriks.
- Mampu mengoperasikan komposisi transformasi geometri dengan bantuan matriks yang merepresentasikan transformasi

TUJUAN PEMBELAJARAN

- Peserta didik mampu menjelaskan definisi dan beberapa transformasi
- Peserta didik mampu melakukan berbagai macam transformasi geometri terhadap berbagai macam bentuk geometri
- peserta didik mampu mengidentifikasi dan menggunakan komposisi transformasi geometri
- Peserta didik mampu mendeskripsikan transformasi menggunakan koordinatkartesius dan matriks
- Peserta didik mampu mengoperasikan komposisi transformasi geometri dengan bantuan matriks yang merepresentasikan transformasi
- Peserta didik mampu menerapkan transformasi geometri dalam permasalahan

TRANSLASI

Translasi adalah suatu transformasi yang memindahkan semua titik pada suatu bidang yang jarak dan arahnya sama.

Misalkan titik A(x,y) oleh translasi T= ab adalah A'(x'y') berlaku hubungan x'= x+a dan y'= y+b. oleh karena itu <u>rumus</u> titik A' mempunyai koordinat A'(x+a, y+b) atu x'= x+a dan y'= y+b .

Dapat juga dikatakan bahwa:

- Jika a>0 maka terjadi pergeseran ke arah kanan.
- Jika a<0 maka terjadi pergeseran ke arah kiri.
- Jika b>0 maka terjadi pergeseran ke arah atas.
- Jika b<0 maka terjadi pergeseran ke arah bawah

Bentuk persamaan matriks translasi:

<u>Matriks Translasi</u>
<u>Transformasi Geometri</u>

$$\underbrace{\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}}_{\text{peta/ bayangan}}=\underbrace{\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}}_{\text{titik awal}}+\underbrace{\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}}_{\text{pergeserannya}}$$

Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditranformasi.

SIMAK VIDEO DIBAWAH INI

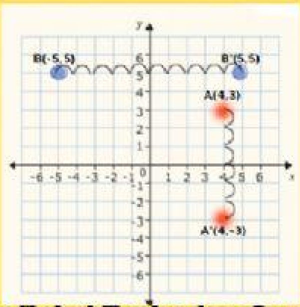
REFLEKSI

Refleksi atau pencerminan dalam transformasi geometri berarti perubahan dengan memindahkan titik dengan sifat dari suatu cermin datar. Ada dua sifat yang dimiliki dalam transformasi refleksi. Pertama adalah jarak titik ke cermin sama dengan jarak bayangan titik ke cermin. Kedua adalah geometri yang dicerminkan saling berhadapan satu sama lain.

Contoh sederhana dari refleksi ini tentunya adalah ketika kita sedang bercermin.

Rumus umum dari refleksi antara lain:

- Refleksi terhadap sumbu -x : (x,y) maka (x, -y)
- Refleksi terhadap sumbu -y : (x,y) maka (-x, y)
- Refleksi terhadap garis y = x : (x, y) maka (y, x)
- Refleksi terhadap garis y = -x : (x, y) maka (-y, -x)
- Refleksi terhadap garis x = h : (x, y) maka (2h, -x,y)
- Refleksi terhadap garis y = K : (x. y) maka (x, 2k – y)



SIMAK VIDEO DISAMPING

Refleksi Terhadap Sumbu-X

Refleksi terhadap sumbu-x berarti sumbu x adalah cerminnya. Pada ilustrasi di atas, refleksi terhadap sumbu-x digambarkan oleh titik berwarna merah, yaitu A(4,3) dengan refleksinya A'(4,-3).

Jadi, yang berubah adalah y-nya, yang awalnya positif menjadi negatif, begitu pun sebaliknya.

(x,y) → (x,-y)

Kalau dibuat bentuk matriksnya, maka akan menjadi seperti ini:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Refleksi Terhadap Sumbu-Y

Kalau refleksi terhadap sumbu-y, berarti yang menjadi cermin adalah sumbu-y. Pada ilustrasi di atas, refleksi terhadap sumbu-y digambarkan oleh titik berwarna biru, yaitu B(-5,5) dengan refleksinya B'(5,5).

Jadi, yang berubah adalah x-nya, yang awalnya negatif menjadi positif, begitu pun sebaliknya.

(x,y) → (-x,y)

Kalau dibuat bentuk matriksnya, maka akan menjadi seperti ini:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

ROTASI

Rotasi atau juga dikenal dengan perputaran dalam transformasi geometri sesuai dengan namanya berarti sebuah perputaran yang ditentukan oleh titik pusat rotasi, arah rotasi, dan juga besar dari sudut rotasi. Prinsipnya adalah memutar terhadap sudut dan titik pusat yang memiliki jarak yang sama dengan titik yang diputar.

Karena hanya berputar, maka transformasi ini tidak mengubah bentuk atau ukuran dari sebuah bidang.

Contoh sederhananya adalah cara kerja dari bianglala di mana lingkaran memutari titik tengah. Contoh lainnya adalah dalam gangsing. Cara kerja gangsing nyaris sama dengan bianglala karena berputar mengitari titik tengah.

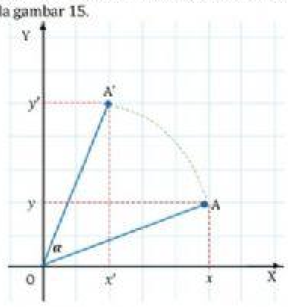
Ada beberapa Rumus dari rotasi, yaitu:

- Rotasi 90 derajat dengan pusat (a, b): (x,y) maka (-y + a + b, x – a + b)
- Rotasi 180 derajat dengan pusat (a,b) : (x,y) maka (-x -2a, -y +2b)
- Rotasi sebesar -90 derajat dengan pusat (a, b) : (x, y) maka (y – b + a, -x + a + b)
- Rotasi sebesar 90 derajat dengan pusat (0, 0) : (x, y) maka (-y,x)
- Rotasi 180 derajat dengan pusat (0,0) : (x, y) maka (-x, -y)
- Rotasi sebesar -90 derajat dengan pusat (0,0) : (x, y) maka (y, -x)

ROTASI TERHADAP TITI PUSAT (0,0)

Rotasi terhadap titik pusat $(0, 0)$

Anak-anakku, untuk memahami bentuk rotasi pada titik pusat (0, 0), kita bisa amati perpindahan titik A pada gambar 15.



Gambar 15 Rotasi titik A terhadap titik puat O(0, 0)
Sumber : Koleksi pribadi

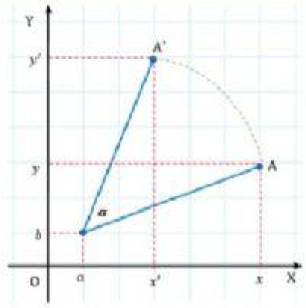
Misalkan terdapat sebuah titik $A(x, y)$ akan dirotasikan sebesar α dengan pusat $(0, 0)$ dan akan menghasilkan titik $A'(x', y')$ dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[O(0,0),\alpha]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat $(0, 0)$ menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan

$$\boxed{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}$$

ROTASI TERHADAP TITI PUSAT (A,B)



Gambar 16 Rotasi titik A terhadap titik puat O(a, b)
Sumber : Koleksi pribadi

Misalkan terdapat sebuah titik $A(x, y)$ akan dirotasikan sebesar α dengan pusat (a, b) dan akan menghasilkan titik $A'(x', y')$ dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[(a,b),\alpha]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan

$$\boxed{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}}$$

SIMAK VIDEO DISAMPING

DILATASI

Dilatasi merupakan transformasi atau perubahan ukuran dari sebuah objek. Dalam dilatasi terdapat dua konsep, yaitu titik dan faktor dari dilatasi.

Titik dari dilatasi menentukan posisi dari dilatasi. Titik ini menjadi tempat pertemuan dari semua garis lurus yang menghubungkan antara titik dalam suatu bangunan ke titik hasil dilatasi.

Sedangkan faktor dilatasi adalah faktor perkalian dari suatu bangun yang sudah didilatasikan.

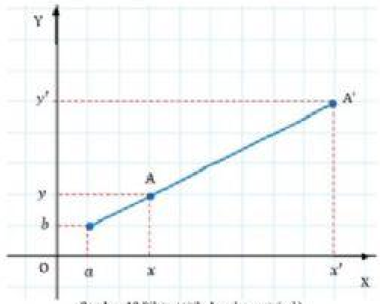
Contoh sederhana dari dilatasi adalah miniatur. Miniatur biasanya dalam bentuk mainan, seperti mobil-mobilan. Mainan merupakan pengecilan dari sebuah objek besar. Contoh lainnya adalah ketika kita mencetak sebuah foto. Foto tersebut bisa dicetak dengan ukuran-ukuran tertentu tetapi tidak mengubah bentuk dari foto tersebut, mulai dari 2×3, 3×4, sampai 4×6 fotonya tetap sama, hanya ukurannya yang berbeda.

Rumus umum dari dilatasi antara lain:

- Dilatasi dengan pusat (0, 0) dan faktor skala k : (x, y) maka (kx, ky)
- Dilatasi dengan pusat (0, 0) dan faktor skala k : (x, y) maka (kx = k(x-a) + a, (k(y-b) + b))

Dilatasi terhadap Titik Pusat (a, b)

Bentuk dilatasi terhadap titik pusat $P(a, b)$ dapat diamati pada gambar 19. Titik $A(x, y)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $P(a, b)$menghasilkan titik $A'(x', y')$.



Gambar 19 Dilatasi titik A pada pusat (a, b)
Sumber : Koleksi pribadi

Dilatasi titik A pada gambar 19 dapat dituliskan sebagai berikut.

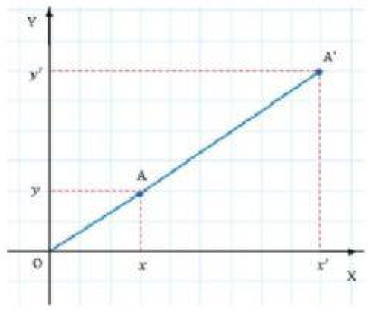
$$A(x, y) \xrightarrow{D_{[(a,b),k]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\boxed{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}}$$

Dilatasi terhadap Titik Pusat $(0, 0)$

Bentuk dilatasi terhadap titik pusat $O(0, 0)$ dapat diamati pada gambar 18. Titik $A(x, y)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $O(0, 0)$ menghasilkan titik $A'(x', y')$.



Gambar 18 Dilatasi titik A pada pusat (0, 0)
Sumber : Koleksi pribadi

Dilatasi titik A pada gambar 18 dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{D_{[O,k]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $(0, 0)$ menghasilkan bayangan titik (x', y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\boxed{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}$$

SIMAK VIDEO DIBAWAH

B KOMPOSISI TRANSFORMASI D

Komposisi transformasi adalah transformasi majemuk yang memuat lebih dari satu transformasi yang dilakukan secara berurutan.

Diketahui merupakan transformasi yang memetakan titik ke titik dan merupakan transformasi yang memetakan titik ke titik. transformasi yang memetakan titik ke titik dapat ditulis sebagai berikut.

$$A(x,y) \overset{T_2 \circ T_1}{\rightarrow} A''(x'',y'')$$

Bentuk disebut komposisi transformasi dan dibaca " komposisi " artinya transformasi dilanjutkan oleh transformasi dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x,y) \overset{T_1}{\rightarrow} A'(x',y') \overset{T_2}{\rightarrow} A''(x'',y'')$$

SIMAK VIDEO DISAMPING

LATIHAN SOAL

1.Diketahui translasi T memetakan titik $C(-4, 2)$ ke titik $C'(-1, 6)$. Translasi T akan memetkan titik $D(3, -2)$ ke titik ...

a. $D'(0,4)$

b. $D'(0, 2)$

c.$D'(0, -6)$

d. $D'(6, -6)$

e. $D'(6, 2)$

2.Bayangan titik A oleh refleksi terhadap titik (1, -2) adalah titik A'(3, 5). Tentukan koordinat titik A!

a. A(1, 9)

b. A(1, 1)

c. A(-9, 1)

d. A(-1, -9)

e. A(9, 1)

3. Tentukan bayangan garis $y = 5x + 4$ oleh rotasi R(O, -90)!

a. $x - 5y - 4 = 0$

b. $x + 5y + 4 = 0$

c. $5x + 5y - 4 = 0$

d. $5x - 5y - 4 = 0$

e. $x + 5y - 4 = 0$

4. Tentukan bayangan garis $3x + 4y - 5 = 0$ oleh dilatasi dengan pusat (-2, 1) dan faktor skala 2!

a. $3x + 4y + 12 = 0$

b. $3x + 4y - 12 = 0$

c. $3x - 4y + 12 = 0$

d. $-3x + 4y + 12 = 0$

e. $3x - 4y - 12 = 0$

5.Sebuah kurva dengan persamaan $y = x2 - 2x - 3$ dirotasi sebesar 1802 dengan pusan O(0,0) ya kemudian dilanjutkan refleksi terhadap garis $y = -x$. Persamaan kurva hasil translas dalah ....

A. $x = y2 + 2x + 3$

B. $x = y2 - 2y + 3$

C. $x = y2 - 2y - 3$

D. $y = x2 - 2x + 3$

E. $y = x2 - 2x - 3$

SELAMAT MENGERJAKAN

SOAL ESAI

1. Diketahui translasi kurva oleh $T = (-1, 2)$ menghasilkan bayangan $y - x\ 2 - 1 = 0$. Tentukan persamaan kurva awal.

2. Jika garis $x - 2y - 3 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu Y, maka persamaan bayangannya adalah ...

3. . Titik C dirotasikan sebsar 180° terhadap titik pusat (2, 3) menghasilkan bayangan $C'(4, -1)$. Koordinat titik C adalah ...

4. Titik D didilatasikan dengan faktor skala 2 terhadap titik pusat (2, −3) menghasilkan titik $D'(3, 6)$. Koordinat titik D adalah ...

5. Jika titik (3, 4) dirotasikan berlawanan arah jarum jam sejauh 45° dengan pusat titik asal, kemudian hasilnya dicerminkan terhadap garis $y = x$, maka koordinat bayangannya adalah ...

SELAMAT MENGERJAKAN