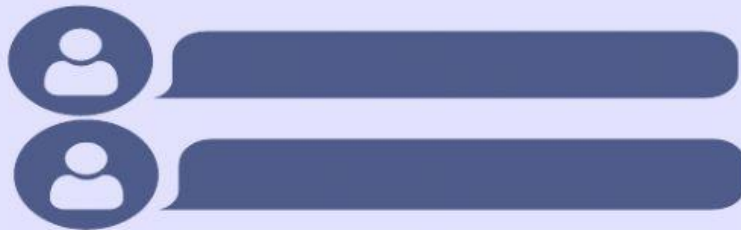




LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) INTERAKTIF

Satuan Pendidikan
Nama Sekolah
Mata Pelajaran

: SMA/MA sederajat
: SMA N 2 Kota Bengkulu
: Matematika Wajib



Kompetensi Dasar

- 3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.5.1 Menyebutkan contoh translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi dalam kehidupan sehari-hari
- 3.5.2 Menemukan sifat-sifat translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat
- 3.5.3 Menentukan matriks komposisi transformasi dengan menghubungkan koordinat titik atau kurva bayangannya.
- 3.5.4 Menjelaskan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.
- 3.5.5 Menemukan konsep transformasi (translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi) dengan konsep matriks.
- 4.5.1 Menggunakan konsep transformasi (translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi) dengan kaitannya dengan konsep matriks dalam menemukan koordinat titik atau fungsi setelah ditransformasi.
- 4.5.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks komposisi transformasi geometri refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi.
- 4.6.2 Menyelesaikan luas bangun hasil transformasi.



Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menyebutkan contoh translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi dalam kehidupan sehari-hari
2. Peserta didik dapat menjelaskan operasi translasi dan matriks translasinya.
3. Peserta didik dapat menjelaskan operasi refleksi dan matriks refleksinya.
4. Peserta didik dapat menjelaskan operasi dilatasi dan matriks dilatasinya.
5. Peserta didik dapat menjelaskan operasi rotasi dan matriks rotasinya.
6. Peserta didik dapat menentukan luas bangun hasil transformasi
7. Peserta didik dapat menjelaskan komposisi transformasi di bidang.
8. Peserta didik dapat menentukan aturan transformasi dari komposisi beberapa transformasi

Petunjuk

1. Isi identitas yang telah tersedia.
2. Dengarkan audio yang ada pada lembar materi.
3. Baca dan simak video untuk memahami materi yang akan dipelajari.
4. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab dan teliti.
5. Jika ada yang belum dipahami, silahkan tanyakan pada guru.
6. Klik finis jika telah menyelesaikan Latihan soal yang terdapat pada LKPD.

Penilaian

1. Teknik penilaian
 - a. Aspek sikap : Observasi
 - b. Aspek pengetahuan : Tes Tertulis
2. Instrument Penilaian
 - a. Aspek sikap : kedisiplinan belajar
 - b. Aspek pengetahuan : LKPD

Materi

Translasi

Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x + a, y + b)$$



Refleksi

Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin.

Macam-macam refleksi:

Refleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu x	$A'(x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal $O(0,0)$	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = h$	$A'(x, 2h - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2h \end{pmatrix}$



Dilatasi

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan factor pengkali tertentu terhadap suatu titik tertentu.

Dilatasi titik $P(x, y)$ dengan pusat $O(0,0)$

$$P(x, y) \xrightarrow{[O, k]} P'(kx, ky)$$

Dilatasi titik $P(x, y)$ dengan pusat (a, b) dan factor skala k

$$P(x, y) \xrightarrow{[(a, b), k]} P'(k(x - a) + a, k(y - b) + b)$$



Rotasi

Rotasi adalah tranformasi yang memindahkan titik titik dengan cara memutar titik titik tersebut sejauh a terhadap suatu titik tertentu. Karena hanya berputar, maka transformasi ini tidak mengubah bentuk atau ukuran dari sebuah bidang.

Titik Pusat	Persamaan Matrik Transformasi
$(0,0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a,b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$



Luas Bangun Hasil Transformasi

Jika matriks transformasi $T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun L menjadi bangun L' , maka :

$$\text{Luas Bangun } L' = |\det T| \times \text{Luas Bangun } L$$

Keterangan :

- $|\det T|$ merupakan nilai mutlak determinan matriks T
- Luas bangun $L' =$ luas bayangan
- Luas bangun $L =$ luas awal



Komposisi Dua Transformasi

1. Komposisi Translasi

Komposisi Translasi

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. Komposisi refleksi

Komposisi refleksi	Hasil bayangan
Terhadap garis $x = a$ dilanjutkan garis $x = b$	$x' = 2(b - a) + x$ $y' = y$
Terhadap garis $y = a$ dilanjutkan garis $y = b$	$x' = x$ $y' = 2(b - a) + y$
Terhadap garis yang tegak lurus	rotasi pada perpotongan garis sejauh 180°
Terhadap garis yang berpotongan ($m_1 = \tan \alpha, m_2 = \tan \beta$)	rotasi pada perpotongan garis sejauh $2(\beta - \alpha)$



3. Komposisi Rotasi

- Komposisi rotasi terhadap titik pusat $O(0,0)$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a + \beta) & -\sin(a + \beta) \\ \sin(a + \beta) & \cos(a + \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Komposisi rotasi terhadap titik pusat $P(a,b)$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(a + \beta) & -\sin(a + \beta) \\ \sin(a + \beta) & \cos(a + \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

4. komposisi Dilatasi

*) titik pusat $(0,0)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M_3 \circ M_2 \circ M_1 \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

*) titik pusat (a,b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_3 \circ T_2 \circ T_1 \times \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M_3 \circ M_2 \circ M_1 \times \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

5. komposisi transformasi dengan matriks

Komposisi Transformasi dengan Matriks

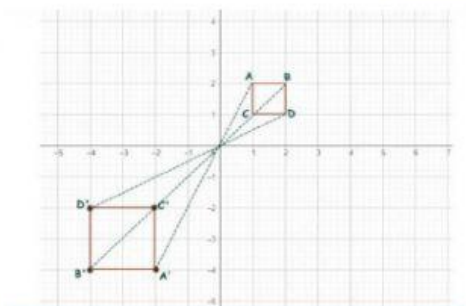
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

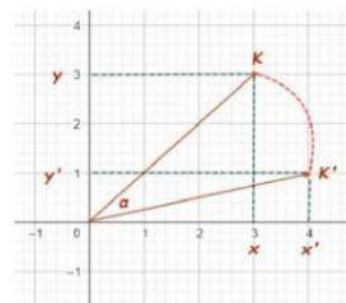
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3, M_2, M_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

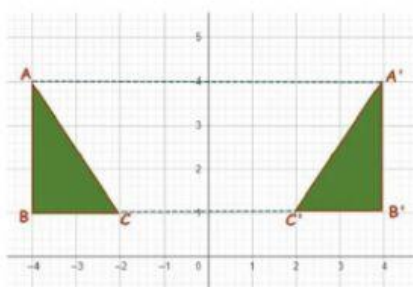


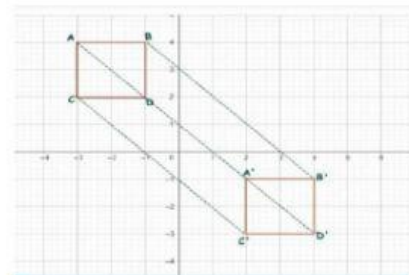
Kegiatan 1

Tariklah nama transformasi sesuai dengan gambar









Translasi

Refleksi

Dilatasi

Dilatasi

Kegiatan 2

Pilihlah jawaban yang tepat untuk mengisi kolom yang kosong sesuai dengan konsep luas bangun hasil transformasi!

Transformasi	Luas bayangan	Bentuk bayangan
Translasi		
Refleksi		
Rotasi		
Dilatasi		
Transformasi dengan matriks		

Kegiatan 3

Pilihlah jawaban yang tepat dari pertanyaan dibawah ini!

- Diketahui titik $P'(4, -13)$ adalah bayangan titik P oleh translasi $T = \begin{pmatrix} -10 \\ 7 \end{pmatrix}$. Koordinat titik P adalah....
 - $(14, -20)$
 - $(15, -20)$
 - $(14, -21)$
 - $(15, -21)$
 - $(16, -22)$
- Tentukan persamaan peta $y = 5x - 1$ oleh translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - $y = 5x + 18$
 - $y = 4x + 16$
 - $y = 3x + 18$
 - $y = 5x + 15$
 - $y = x + 5$
- Jika titik $P(1,1)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$, maka bayangan titik P adalah?
 - $P'(-1, -1)$
 - $P'(-1, -2)$
 - $P'(-1, -3)$
 - $P'(-2, -1)$
 - $P'(-5, 6)$
- Tentukan persamaan bayangan garis $3x + 2y - 1 = 0$ jika dicerminkan terhadap garis $y = x$
 - $2x + 2y - 1 = 0$
 - $2x + 3y - 1 = 0$
 - $3x + 4y - 1 = 0$
 - $3x + 3y - 1 = 0$
 - $4x + 3y - 1 = 0$
- Tentukan persamaan bayangan garis $2x - 3y = 7$ jika didilatasi dengan factor skala -3 dan pusat dilatasi $P(-1, 2)$
 - $-2x' + 3y' = 5$
 - $-3x' + 4y' = 5$
 - $2x' + 3y' = 5$
 - $2x' + 4y' = 5$
 - $3x' + 3y' = 5$

6. Tentukan koordinat bayangan titik $A(4,5)$ jika dilatasi dengan factor skala 3 dengan pusat dilatasi $O(0,0)$..
- a. $A'(10,14)$ c. $A'(11,14)$ e. $A'(12,15)$
b. $A'(10,15)$ d. $A'(11,15)$
7. Tentukan koordinat bayangan hasil rotasi titik $A(3,4)$, sebesar 90° terhadap titik pusat $O(0,0)$
- a. $A'(-3,2)$ c. $A'(-4,3)$ e. $A'(-4,7)$
b. $A'(-3,3)$ d. $A'(-4,6)$
8. Tentukan hasil rotasi titik $A(-1,4)$ sebesar 270° terhadap titik pusat $(2,1)$
- a. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
b. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$
9. Segitiga ABC dengan koordinat titik-titik sudutnya yaitu $A(-1,2)$, $B(2,3)$ dan $C(1,5)$ ditransformasi oleh matriks $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tentukan bayangan titik-titik segitiga ABC....
- a. $A'(-5,6)$, $B'(3,16)$, $C'(-2,21)$ d. $A'(-4,6)$, $B'(2,16)$, $C'(-2,22)$
b. $A'(-5,6)$, $B'(2,16)$, $C'(-2,22)$ e. $A'(-5,6)$, $B'(3,16)$, $C'(-2,22)$
c. $A'(-5,4)$, $B'(3,17)$, $C'(-2,22)$
10. Segitiga ABC dengan koordinat titik $A(2,1)$, $B(5,1)$ dan $C(2,5)$ ditransformasikan terhadap matriks $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. Luas bangun datar hasil transformasinya...
- a. 21 satuan luas c. 23 satuan luas e. 25 satuan luas
b. 22 satuan luas d. 24 satuan luas
11. Diketahui ΔSTU dengan $k = 36$ satuan, $SU : TU : ST = 4 : 3 : 2$. Jika ΔSTU ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ maka luas bayangan ΔSTU adalah
- a. $60\sqrt{12}$ c. $60\sqrt{14}$ e. $60\sqrt{16}$
b. $60\sqrt{13}$ d. $60\sqrt{15}$
12. Tentukan bayangan titik $A(-5,7)$ bila ditranslasikan $\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ dilanjutkan translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$
- a. $A''(-5,12)$ c. $A''(-5,15)$ e. $A''(-3,13)$
b. $A''(-5,14)$ d. $A''(-5,13)$
13. Suatu titik $A(2,3)$ dirotasikan 90° berlawanan jarum jam, dilanjutkan refleksi oleh garis $y = x$. Maka bayangan titik A adalah..
- a. $A' = (1 - 3)$ c. $A' = (2 - 3)$ e. $A' = (2 - 5)$
b. $A' = (2 - 2)$ d. $A' = (2 - 4)$
14. Persamaan bayangan garis $y = ax + b$ oleh rotasi sejauh 180° dengan pusat $(0,0)$ kemudian dilanjutkan oleh dilatasi $[0,2]$ adalah $9x - y + 12 = 0$. Nilai $a - b$ adalah....
- a. 15 b. 16 c. 17 d. 18 e. 19

Kegiatan 4

Jawablah soal-soal dibawah ini dengan teliti dan benar!

1. Persegi $OABC$ dengan $O(0,0), A(2,0), B(2,2)$ dan $C(0,2)$ ditransformasikan oleh $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ maka petanya akan mempunyai luas...

2. Daerah yang dibatasi oleh sumbu x , sumbu y dan garis $x + y = 6$ ditransformasikan oleh $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ maka luas petanya sama dengan....

3. Tentukanlah bayangan titik $(-8,4)$ oleh rotasi dengan pusat $O(0,0)$ dan sudut 45° dan dilanjutkan rotasi dengan pusat yang sama dengan sudut 135°