

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Застосування I закону термодинаміки до ізопроцесів

| Процес зміни стану газу                      | Одержана кількість теплоти, $Q$ | Виконана робота, $A$ | Зміна внутрішньої енергії, $\Delta U$ | Перший закон термодинаміки | Формулювання першого закону термодинаміки                                                     |
|----------------------------------------------|---------------------------------|----------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ізотермічне розширення<br>$T = \text{const}$ | $Q > 0$                         | $A > 0$              | $\Delta U = 0$                        | $Q = A$                    | Уся передана газу кількість теплоти йде на виконання ним роботи                               |
| Ізобарне розширення<br>$p = \text{const}$    | $Q > 0$                         | $A > 0$              | $\Delta U > 0$                        | $Q = \Delta U + A$         | Підведена до газу кількість теплоти йде на зміну його внутрішньої енергії та виконання роботи |
| Ізохорне нагрівання<br>$V = \text{const}$    | $Q > 0$                         | $A = 0$              | $\Delta U > 0$                        | $Q = \Delta U$             | Уся підведена до газу кількість теплоти йде на зміну його внутрішньої енергії                 |
| Адіабатне розширення                         | $Q = 0$                         | $A > 0$              | $\Delta U < 0$                        | $A = -\Delta U$            | При розширенні газу робота виконується за рахунок зменшення внутрішньої енергії газу          |

Французький інженер Саді Карно у 1824 р. дійшов висновку, що найефективнішим (із максимально можливим коефіцієнтом корисної дії) є так званий ідеальний тепловий двигун, який працює за циклом, що складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів. ККД такого двигуна:

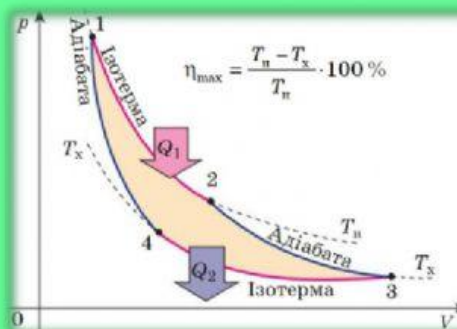
$$\eta = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}} \cdot 100\%$$

Де  $T_{\text{н}}$  — температура нагрівача,  $T_{\text{х}}$  — температура холодильника. Робота газу за цикл:

$$A = Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}$$

Де  $Q_{\text{н}}$  — кількість теплоти, одержана газом від нагрівача,  $Q_{\text{х}}$  — кількість теплоти, передана газом холодильнику.

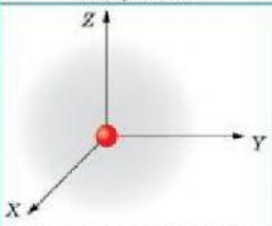
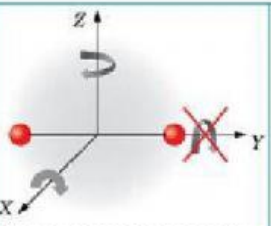
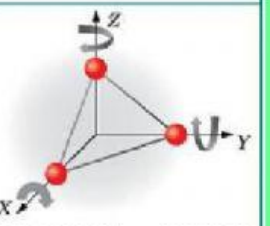
$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} \cdot 100\%$$



Цикл Карно: 1-2 — ізотермічне розширення за температури  $T_{\text{н}}$ , робоче тіло одержує теплоту  $Q_1$ ; 2-3 — адіабатне розширення, зменшення температури до  $T_{\text{х}}$ , теплообміну немає; 3-4 — ізотермічне стиснення за температури  $T_{\text{х}}$ , робоче тіло віддає теплоту  $Q_2$ ; 4-1 — адіабатне стиснення збільшення температури до  $T_{\text{н}}$ .

$$\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} \cdot 100\%$$

Формула для визначення внутрішньої енергії ідеального газу залежить від кількості атомів у молекулі речовини

| Одноатомний газ                                                                                                                                       | Двохатомний газ                                                                                                                                                              | Багатоатомний газ<br>(три і більше атомів)                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Молекули рухаються тільки поступально                                                                                                                 | Молекули рухаються поступально й обертаються                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                             |
|  <p>Одноатомна молекула має 3 ступені свободи поступального руху</p> |  <p>Двохатомна молекула має 5 ступенів свободи (3 поступального і 2 обертального рухів)</p> |  <p>Багатоатомна молекула має 6 ступенів свободи (3 поступального і 3 обертального), крім CO<sub>2</sub>, який має 5 ступенів свободи</p> |
| Внутрішня енергія визначається енергією поступального руху:<br>$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$                                                       | Внутрішня енергія визначається сумою енергій поступального й обертального рухів:<br>$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT$                                                         | Внутрішня енергія у два рази більша, ніж одноатомного газу за тієї ж температури:<br>$U = 3 \frac{m}{M} RT$                                                                                                                 |



## ЗАДАЧІ

1. Визначте, яку роботу виконує розріджений азот масою 56 г під час ізобарного нагрівання на 50 К. Молярна маса азоту становить 28 г/моль, а універсальна газова стала дорівнює 8,3 Дж/(моль · К).

| Дано<br>Служиво                                                                                                | СІ<br>Служиво                                                                                | Розв'язання<br>Служиво                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $m = 56 \text{ г}$<br>$M = 28 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$<br>$p = \text{const}$<br>$\Delta T = 50 \text{ К}$ | $= 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$<br>$= 2,8$<br>$\cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ | <p>Робота газу під час ізобарного нагрівання:</p> $A = p \Delta V \quad (1)$ <p>Де <math>p</math> – тиск газу, <math>\Delta V</math> – зміна об'єму газу. Рівняння Менделєєва – Клапейрона:</p> $pV = \frac{m}{M} RT \quad (2)$ <p>Де <math>m</math> – маса газу, <math>M</math> – молярна маса газу, <math>R</math> – універсальна газова стала, <math>T</math> – температура газу. Або:</p> $p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T \quad (3)$ <p>Звідси:</p> $A = \frac{m}{M} R \Delta T \quad (4)$ <p>Виконаємо числову підстановку в (4):</p> $A = \frac{5,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}}{2,8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 50 \text{ К} = 830 \text{ Дж}$ |
| Знайти: $A$                                                                                                    |                                                                                              | Відповідь: $A = 830 \text{ Дж}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

2. Визначте внутрішню енергію аргону в балоні, об'ємом 50 л за тиску 1 МПа.

| Дано<br>Служиво                                                                    | СІ<br>Служиво                                                                                                    | Розв'язання<br>Служиво                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $V = 50 \text{ л}$<br>$M = 40 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$<br>$p = 1 \text{ МПа}$ | $= 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$<br>$= 4$<br>$\cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$<br>$= 10^6 \text{ Па}$ | <p>Внутрішня енергія одноатомного газу:</p> $U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT \quad (1)$ <p>Де <math>m</math> – маса газу, <math>M</math> – молярна маса газу, <math>R</math> – універсальна газова стала, <math>T</math> – температура газу. Рівняння Менделєєва – Клапейрона:</p> $pV = \frac{m}{M} RT \quad (2)$ <p>Де <math>p</math> – тиск газу, <math>V</math> – об'єм газу. Звідси:</p> $U = \frac{3}{2} pV \quad (3)$ <p>Виконаємо числову підстановку в (3):</p> $U = \frac{3}{2} \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 = 7,5 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 75 \text{ кДж}$ |

Знайти:  $U$

Відповідь:  $U = 75 \text{ кДж}$

3. Одноатомному газу в кількості 2 моль передана кількість теплоти 1,2 кДж. При цьому газ виконує роботу 600 Дж. На скільки змінилася температура газу? Вважайте, що універсальна газова стала рівна 8,3 Дж/(моль · К)

| Дано                                                                    | СИ                            | Розв'язання                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\nu = 2 \text{ моль}$<br>$Q = 1,2 \text{ кДж}$<br>$A = 600 \text{ Дж}$ | $= 1,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ | <p>Запишемо рівняння першого закону термодинаміки:</p> $Q = \Delta U + A \quad (1)$ <p>Де <math>\Delta U</math> – зміна внутрішньої енергії газу, <math>A</math> – робота, виконана газом, <math>Q</math> – надана газу кількість теплоти. Внутрішня енергія одноатомного газу:</p> $U = \frac{3}{2} \nu RT \quad (2)$ <p>Де <math>\nu</math> – кількість речовини, <math>R</math> – універсальна газова стала, <math>T</math> – температура газу. Тоді:</p> $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \quad (3)$ <p>З формули (1):</p> $\Delta U = Q - A \quad (4)$ <p>Прирівняємо праві частини рівностей (3) і (4):</p> $\frac{3}{2} \nu R \Delta T = Q - A$ $\Delta T = \frac{2(Q - A)}{3\nu R} \quad (5)$ <p>Виконаємо числову підстановку в (5):</p> $\Delta T = \frac{2 \cdot (1200 \text{ Дж} - 600 \text{ Дж})}{3 \cdot 2 \text{ моль} \cdot 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 24,1 \text{ К}$ |
| Знайти: $\Delta T$                                                      |                               | Відповідь: $\Delta T = 24,1 \text{ К}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

4. На  $pV$  – діаграмі зображено цикл, що відбувся з одноатомним ідеальним газом. Визначте коефіцієнт корисної дії цього циклу.

**Розв'язання.** Коефіцієнт корисної дії циклу:

$$\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\% \quad (1)$$

Де  $A$  – робота газу за цикл,  $Q$  – надана газу кількість теплоти. Робота газу за цикл чисельно рівна площі фігури, обмеженої графіком залежності тиску газу від об'єму. При цьому якщо цикл обходиться за годинниковою стрілкою, то робота циклу буде позитивною (як у нас). Фігура циклу являє собою прямокутний трикутник, тому:

$$A = \frac{1}{2} (3p_0 - p_0) (3V_0 - V_0) = 2p_0V_0 \quad (2)$$

Згідно першого закону термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A \quad (3)$$

Де  $\Delta U$  – зміна внутрішньої енергії газу,  $A$  – робота, виконана газом,  $Q$  – надана газу кількість теплоти. Внутрішня енергія одноатомного газу:

$$U = \frac{3}{2} \nu RT \quad (4)$$

Де  $\nu$  – кількість речовини,  $R$  – універсальна газова стала,  $T$  – температура газу. Тоді:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \quad (5)$$

Рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = \nu RT \quad (6)$$

Де  $p$  – тиск газу,  $V$  – об'єм газу. Звідси:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \Delta(pV) \quad (7)$$

Розглянемо ізохорний процес 1-2 ( $V = \text{const}$ ), робота газу  $A_{1-2} = 0$ . Тоді кількість теплоти:

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} (3p_0V_0 - p_0V_0) = 3p_0V_0 \quad (8)$$

Тепер розглянемо ізобарний процес 2-3 ( $p = \text{const}$ ). Робота газу:

$$A_{2-3} = 3p_0(3V_0 - V_0) = 6p_0V_0 \quad (9)$$

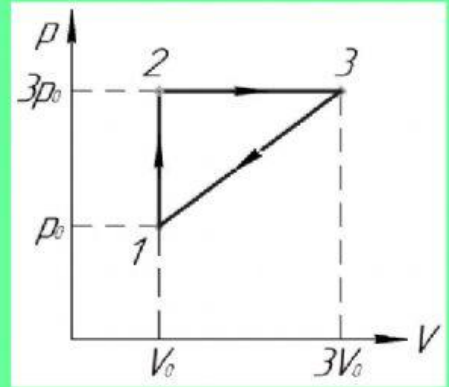
$$\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2} (3p_0 \cdot 3V_0 - 3p_0V_0) = 9p_0V_0 \quad (10)$$

$$Q_{2-3} = A_{2-3} + \Delta U_{2-3} = 15p_0V_0 \quad (11)$$

Розглянемо процес 3-1. Зміна внутрішньої енергії:

$$\Delta U_{3-1} = \frac{3}{2} (p_0V_0 - 3p_0 \cdot 3V_0) = -8p_0V_0 \quad (12)$$

Робота газу чисельно рівна площі фігури під графіком процесу (в нашому випадку, трапеції):



$$A_{3-1} = \frac{p_0 + 3p_0}{2} \cdot (3V_0 - V_0) = 4p_0V_0 \quad (13)$$

$$Q_{3-1} = A_{3-1} + \Delta U_{3-1} = 4p_0V_0 - 8p_0V_0 = (-4p_0V_0) \quad (14)$$

Під час цього процесу газ віддає тепло. Отже, кількість теплоти, надана газу:

$$Q = Q_{1-2} + Q_{2-3} = 3p_0V_0 + 15p_0V_0 = 18p_0V_0 \quad (15)$$

$$\eta = \frac{2p_0V_0}{18p_0V_0} \cdot 100\% = 11,1\%$$

**Відповідь.**  $\eta = 11,1\%$

5. Теплова машина, що працює за циклом Карно, за цикл здійснює роботу 25 Дж та віддає холодильнику кількість теплоти 75 Дж. Визначте ККД циклу.

| Дано<br>Знайти:                              | СІ<br>СИ | Розв'язання<br>Розв'язання                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A = 25 \text{ Дж}$<br>$Q_x = 75 \text{ Дж}$ |          | <p>Коефіцієнт корисної дії теплової машини, що працює за циклом Карно:</p> $\eta = \frac{A}{Q_n} \cdot 100\% \quad (1)$ <p>Де <math>A</math> – кількість теплоти, виконана газом за цикл, <math>Q_n</math> – кількість теплоти, одержана газом від нагрівача. Робота газу за цикл:</p> $A = Q_n - Q_x \quad (2)$ <p>Де <math>Q_x</math> – кількість теплоти, передана газом холодильнику. Звідси:</p> $Q_n = Q_x + A \quad (3)$ $\eta = \frac{A}{Q_x + A} \cdot 100\% \quad (4)$ <p>Виконаємо числову підстановку в (4):</p> $\eta = \frac{25 \text{ Дж}}{25 \text{ Дж} + 75 \text{ Дж}} \cdot 100\% = 25\%$ |
| Знайти: $\eta$                               |          | Відповідь: $\eta = 25\%$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Під час ізобарного нагрівання гелій виконав роботу  $A = 30$  Дж. Визначте зміну внутрішньої енергії гелію  $\Delta U$ . Відповідь запишіть у джоулях.

Відповідь.  $\Delta U =$                       Дж

2. На скільки кельвінів підвищиться температура ідеального одноатомного газу кількістю речовини  $\nu = 3$  моль, якщо за сталого тиску ( $p = \text{const}$ ) йому передати енергію  $Q = 2490$  Дж? Універсальну газову сталу прийміть рівною  $8,3$  Дж/(моль  $\cdot$  К).

| Дано<br>Число                   | СІ<br>СІ | Розв'язання<br>Літери                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\nu = 3$ моль<br>$Q = 2490$ Дж |          | <p>Запишемо рівняння першого закону термодинаміки:</p> $Q = \Delta U + A \quad (1)$ <p>Де <math>\Delta U</math> – зміна внутрішньої енергії газу, <math>A</math> – робота, виконана газом, <math>Q</math> – надана газу кількість теплоти. Внутрішня енергія одноатомного газу:</p> $U = \frac{5}{2} \nu R T \quad (2)$ <p>Де <math>\nu</math> – кількість речовини, <math>R</math> – універсальна газова стала, <math>T</math> – температура газу. Тоді:</p> $\Delta U = \frac{5}{2} \nu R \Delta T \quad (3)$ <p>Робота газу під час ізобарного нагрівання:</p> $A = p \Delta V \quad (4)$ <p>Де <math>p</math> – тиск газу, <math>\Delta V</math> – зміна об'єму газу. Рівняння Менделєєва – Клапейрона:</p> $p \Delta V = \nu R \Delta T \quad (5)$ $\Delta V = \frac{\nu R \Delta T}{p} \quad (6)$ <p>Звідси:</p> $A = \nu R \Delta T \quad (7)$ |

$$Q = \nu \Delta T + \nu \Delta T = \nu \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{2}{\nu} \quad (8)$$

Виконаємо числову підстановку в (5):

$$\Delta T = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = \text{К}$$

Знайти:  $\Delta T$

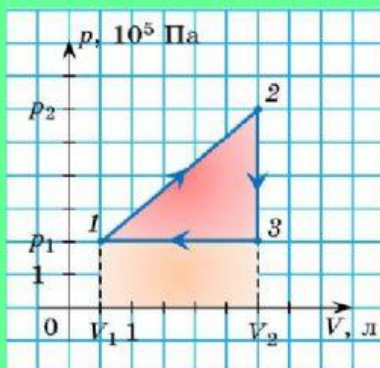
Відповідь:  $\Delta T = \text{К}$

3. На малюнку графічно зображений циклічний процес, виконаний ідеальним газом. Визначите роботу, яку виконав газ у ході цього процесу. (Використайте той факт, що робота газу чисельно рівна площі фігури, обмеженої графіком залежності  $p(V)$ )

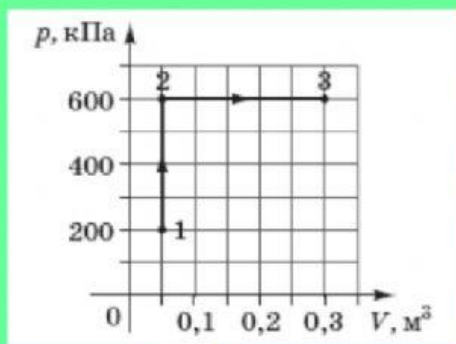
Відповідь:  $A = \cdot 10^2 \text{ Дж}$

4. Визначте роботу  $A$ , яку виконає ідеальний газ під час процесів 1 – 2 – 3, що відображені на графіку.

Відповідь:  $A = \text{кДж}$



До задачі 3



До задачі 4

5. Температура пари в нагрівачі парової турбіни становить  $T_{\text{н}} = 227^\circ\text{C} = \text{К}$ . Визначте максимально можливий ККД парової турбіни.

Відповідь: %

К, температура холодильника дорівнює  $27^\circ\text{C} = \text{К}$