

Calcula, si existen, las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{4 - x^2}$$

1º Asíntotas verticales

El denominador se anula cuando $x_1 =$ y $x_2 =$

Tenemos que calcular los límites laterales en estos dos puntos.

- x_1 : Cuando $x \rightarrow$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Lado izquierdo} & \lim_{x \rightarrow -} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \\ \text{Lado derecho} & \lim_{x \rightarrow +} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \end{array} \right.$$

- x_2 : Cuando $x \rightarrow$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Lado izquierdo} & \lim_{x \rightarrow -} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \\ \text{Lado derecho} & \lim_{x \rightarrow +} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} = \end{array} \right.$$

2º Asíntotas horizontales

Tenemos que calcular los límites cuando $x \rightarrow \pm \infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} =$$

Por lo tanto,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} =$$

Por lo tanto,

3º Asíntotas oblicuas

Supongamos que existe una asíntota oblicua $y=mx+n$.

a) Calculamos su pendiente:

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^3 - 1}{4 - x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} =$$

Comprobamos que es $m \neq 0$

b) Calculamos n :

$$\begin{aligned} n &= \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx \approx \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} - ()x = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{4 - x^2} + x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\quad}{4 - x^2} = \end{aligned}$$

Por tanto, la recta $y = \quad x + \quad$ es una asíntota oblicua.

La gráfica puede ser:

