FUNCIÓN CUADRÁTICA: Raíces – Vértice – Gráfico por sus puntos interesantes

NOMBRE GRUPO:

Habíamos visto que….

Forma "Polinómica" de la Función Cuadrática:

Término Cuadrático o Principal
Término Lineal
Término Independiente

$$f(x) = \underbrace{\overbrace{a\ x^2}^{\text{Término Cuadrático o Principal}}}_{a:\ \text{Coeficiente Cuadrático o Principal}} + \underbrace{\overbrace{b\ x}^{\text{Término Lineal}}}_{b:\ \text{Coeficiente Lineal}} + \overbrace{c}^{\text{Término Independiente}}$$

(a, b y c son números reales y $a \neq 0$)

Coeficiente Lineal
Coeficiente Cuadrático o Principal

- **$a \neq 0$ (Si "a" fuera cero, no sería una Función Cuadrática)**

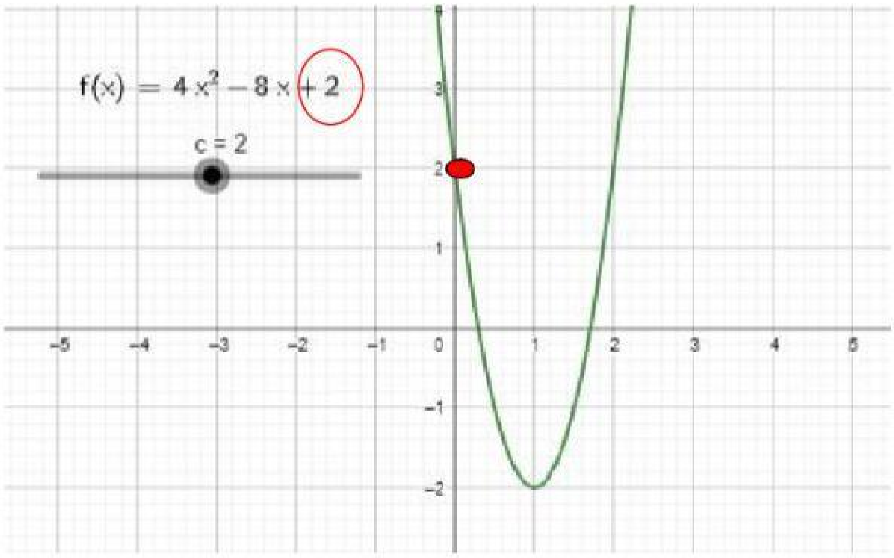
Ordenada al origen

$$f(x) = a * x^2 + b * x + \overbrace{c}^{\text{Término Independiente}}$$

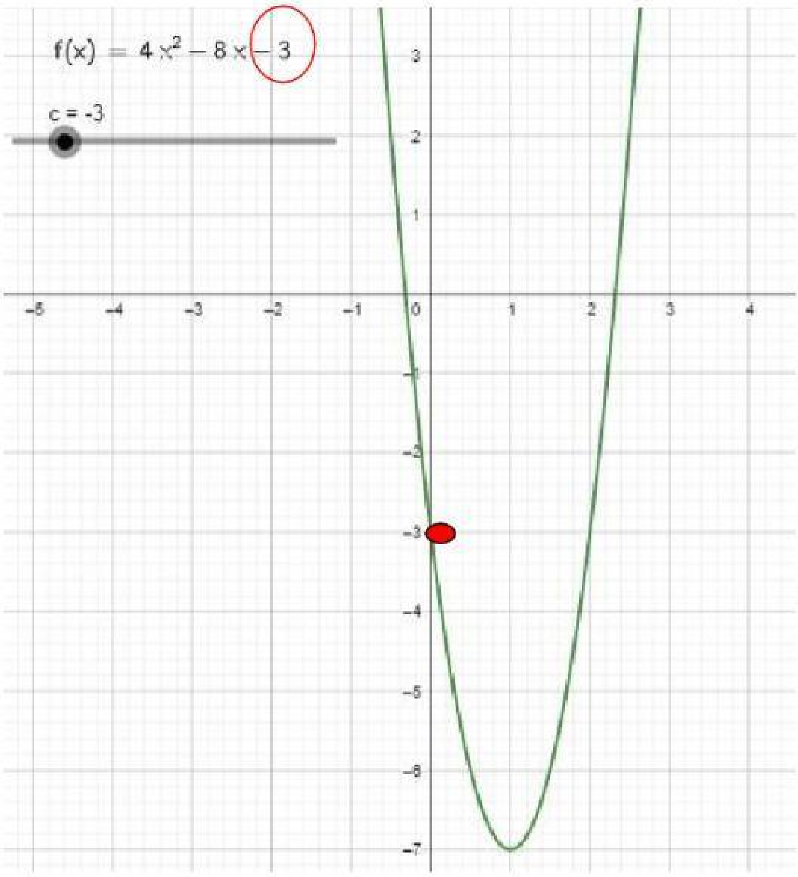
Como hemos visto, el termino independiente "c" indica a la ordenada al origen
(Punto donde la parábola corta al eje Y)

Por ejemplo

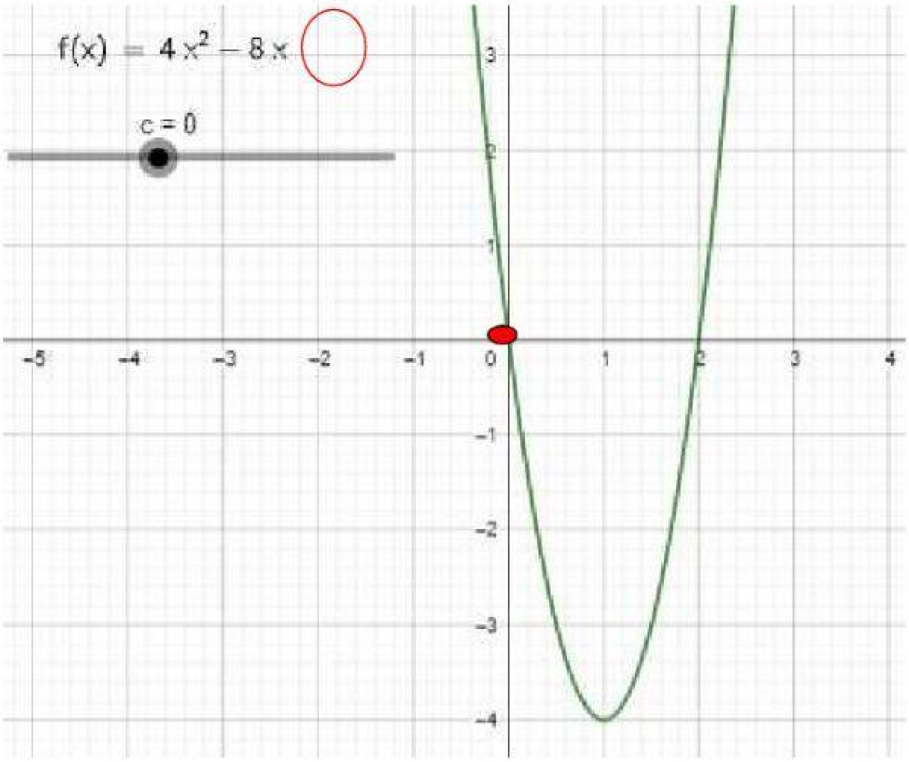
1)



2)

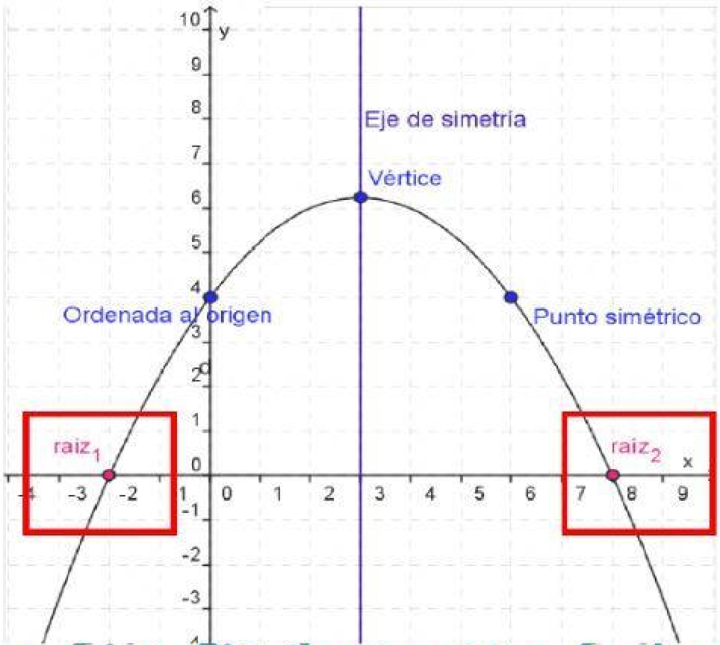


3)



👉 **<u>Raíces de la función Cuadrática:</u>**

Las raíces gráficamente son los puntos de intersección de la Parábola con el eje X, es decir los valores de x que hacen cero a la función (f(x) = 0)



En este caso las raíces son: $x_1 = -2$ y $x_2 = 8$

Pero… ¿Cómo se calculan estos puntos a partir de la Función Cuadrática en forma Polinómica?

Las raíces de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + b\,x + c$ se calculan mediante la **fórmula resolvente**:

Por ejemplo:

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

YA TENEMOS LA ORDENADA AL ORIGEN (Donde la parábola corta al eje Y)

YA SABEMOS QUE LAS RAMAS DE LA PARÁBOLA SERÁN HACIA ARRIBA (Por ser positivo el coeficiente principal)

Los coeficientes de los términos de la función son: a = 2 b = - 8 c = 6

Reemplazamos los coeficientes en la fórmula:

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - (4*2*6)}}{2.\,2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{8 \pm 4}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{8-4}{2} \boxed{= 1} \\ x_2 = \frac{8+4}{2} \boxed{= 3} \end{cases}$$

Las raíces del ejemplo son: $x_1 = 1 \quad x_2 = 3$

1) **COMPLETAR EL SIGUIENTE CUADRO:**

Función	a	b	c	raíces
$y = -x^2 + 4$				
$y = -3.x^2 + 4.x - 1$				
$y = x^2 - 4.x - 5$				
$y = x^2 - 2.x + 5$				

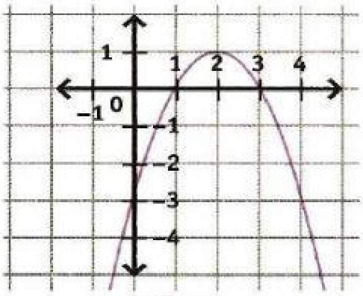
CLASIFICACIÓN DE LAS RAÍCES DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Se llama *discriminante* a la expresión $b^2 - 4ac$, y se lo simboliza con la letra griega Δ (delta).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

En la fórmula de una función cuadrática pueden presentarse tres situaciones:

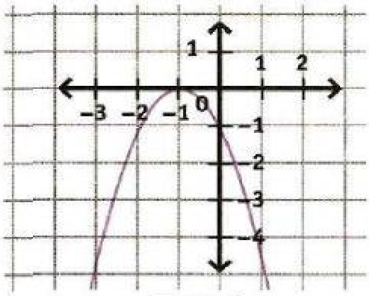
La función tiene *dos raíces reales distintas* y su gráfica corta al eje x en *dos puntos*.



$\Delta > 0$

Raíces reales distintas

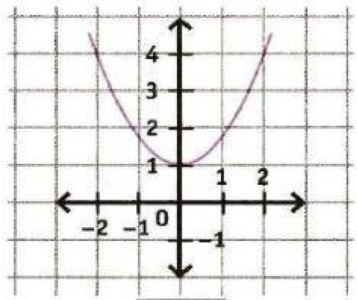
La función tiene *una sola raíz real* y su gráfica tiene *un solo punto de contacto* con el eje x.



$\Delta = 0$

Raíz real doble

La función *no tiene raíces reales* y su gráfica *no tiene contacto* con el eje x.



$\Delta < 0$

Raíces complejas

Completar el siguiente cuadro:

2) Calcular el valor del discriminante e indica el tipo de raíces de $f(x) = a.x^2 + b.x + c$

A	b	C	$\Delta = b^2 - 4.a.c$ discriminante	Raíz real doble	Raíces reales distintas	Raíces complejas
1	-4	-4				
5	2	1				
-2	$2.\sqrt{2}$	-1				

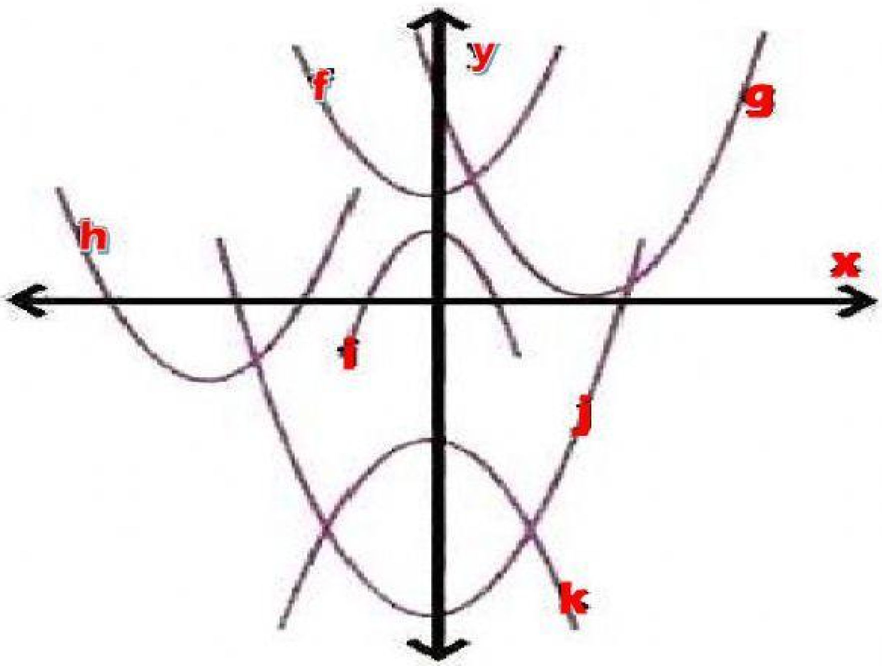
3) Observar el gráfico y marcar las funciones que tienen su discriminante:

a) Nulo: **f** **g** **h** **i** **j** **k**

b) Negativo: **f** **g** **h** **i** **j** **k**

c) Positivo: **f** **g** **h** **i** **j** **k**

Nota: Discriminante $\Delta = b^2 - 4.a.c$



CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DEL VÉRTICE DE NA PARÁBOLA

- El vértice de una parábola el punto que tiene como coordenadas $V = (x_V ; f(x_V))$

✓ **Para calcular la $\mathbf{x_V}$** : $\underbrace{x_V = \dfrac{x_1 + x_2}{2}}_{\text{Usando las raíces}}$ $\qquad$ $\underbrace{x_v = \dfrac{-b}{2.a}}_{\text{Usando la formula resuelve}}$

En el ejemplo anterior: $\overbrace{x_v = \dfrac{1+3}{2} = 2}$ *o* $\overbrace{x_v = \dfrac{-(-8)}{2*2} = \dfrac{8}{4} = 2}$

✓ **Para calcular la y_v : "Se reemplaza la x_v en la función f(x)"**

$$f(x_v) = f(2) = 2*(2)^2 - 8*(2) + 6 = 8 - 16 + 6 = -2$$

Vértice: V=(2; -2)

EJE DE SIMETRÍA:

Es una recta imaginaria que divide simétricamente a la parábola

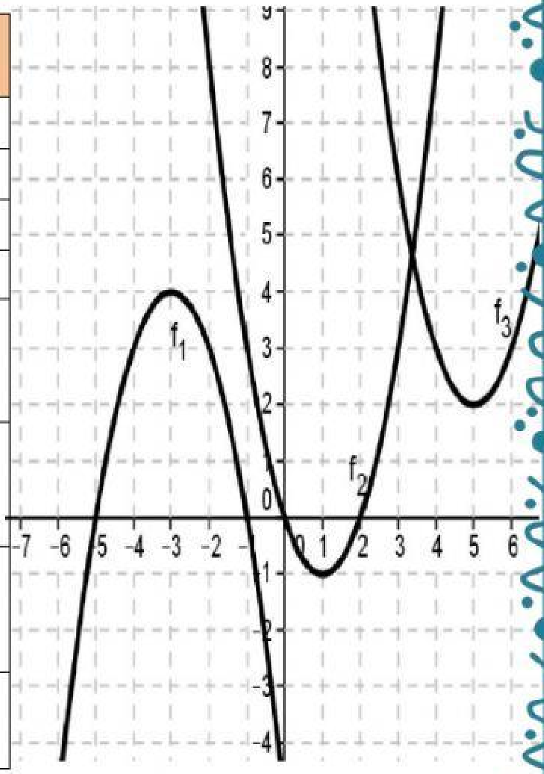
$\boxed{x = x_v}$ **(Siempre será el valor de x_v, coordenada x del vértice)**

4) Completar el siguiente cuadro:

Función	a	b	C	Vértice	Eje de Simetría
$y = -x^2 + 4$					
$y = -3.x^2 + 4.x - 1$					
$y = x^2 - 4.x - 5$					
$y = x^2 - 2.x + 5$					

5) Observar los gráficos y marcar en la tabla las opciones correctas:

	f_1	f_2	f_3
Dominio	$\mathbb{R}$	$(-\infty;\infty)$	$\mathbb{R}^+$
Conjunto imagen	$(-\infty;4]$	$(1;\infty)$	$[2;\infty]$
Raíces	$x_1= -5$; $x_2=-1$	$x_1= 0$; $x_2=2$	Raíces complejas
Vértice	V(-3;4)	V(-1;1)	V(5;2)
Signo del coef. cuadrático	Positivo	Positivo	Negativo
Ordenada al origen	$y_o = 4$	$y_o = 0$	No tiene
Intervalo de crecimiento	$(-\infty;-3)$	$(1;\infty)$	$(2;\infty)$
Intervalo de Positividad	$(-5;-1)$	$(-\infty;0)U(2;\infty)$	$(-\infty;\infty)$



DADA LA SIGUIENTE FUNCIÓN $f(x) = -2x^2 + 2x + 4$

6) **Completar:**

a) Los coeficientes de los términos de la función son: a = ☐ b = ☐ c = ☐

b) Las raíces de la función son: ☐

c) El vértice de la parábola es el punto: ☐

d) El eje de simetría de la parábola es la recta de ecuación: $x = x_v$ ☐

e) La ordenada al origen de la función es el punto: ☐

f) Marcar el gráfico que corresponde a la función dada: