

MATRIKS
SMK TEKNOLOGI

A. PENGERTIAN DAN NOTASI MATRIKS

1. PENGERTIAN

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom yang ditulis diantara tanda kurung () atau [] atau || ||

Susunan horizontal disebut dengan baris sedangkan susunan vertikal disebut dengan kolom

Bentuk Umum Matriks :

$$\begin{array}{ccccccc} \left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array} \right] & \begin{array}{l} \rightarrow \text{baris 1} \\ \rightarrow \text{baris 2} \\ \vdots \\ \rightarrow \text{baris m} \end{array} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & & \\ \text{kolom} & \text{kolom} & & \text{kolom} & & & \end{array}$$

a_{mn} adalah elemen atau unsur matriks yang terletak pada baris ke-m dan kolom ke-n. Nama matriks ditulis

dengan menggunakan huruf besar A, B, P, Q, dsb. Sedangkan unsur/elemen-elemen suatu matriks dengan huruf kecil sesuai nama matriks dengan indeks sesuai letak elemennya, seperti a_{11} , a_{12} , ...

Contoh 1: Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & -3 & 8 \\ 2 & -5 & 9 & 12 & -4 \\ 3 & 0 & 7 & 5 & 10 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a. banyak baris
- b. banyak kolom
- c. elemen-elemen baris ke-1
- d. elemen-elemen kolom ke-3
- e. $a_{3,4}$
- f. $a_{1,3}$

- Jawab :
- a. banyak baris : **3** buah
 - b. banyak kolom : **5** buah
 - c. elemen-elemen baris ke-1 : **1, 4, 6, -3, 8**
 - d. elemen-elemen kolom ke-3 : **6, 9, 7**
 - e. $a_{3,4}$ = elemen baris ke-3 kolom ke-4 = **5**
 - f. $a_{1,3}$ = elemen baris ke-1 kolom ke-3 = **6**

Contoh 2: Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

Tentukan letak elemen -2 dan 8 !

Jawab : elemen -2 = a_{21}
 elemen 8 = a_{32}

2. ORDO MATRIKS

Yaitu banyaknya baris dan kolom yang menyatakan suatu matriks.

$A_{m \times n}$ artinya matriks A berordo $m \times n$ yaitu banyaknya baris m buah dan banyaknya kolom n buah.

Contoh : Diketahui $P = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -6 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

Tentukan ordo matriks P dan Q

Jawab : Ordo matriks P = 2×4 atau $P_{2 \times 4}$; Ordo matriks Q = 3×2 atau $Q_{3 \times 2}$

3. JENIS-JENIS MATRIKS

1. Matriks Nol

Yaitu matriks yang setiap elemennya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. Matriks Baris

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris

Contoh : $A = [3 \quad -2 \quad 4]$, $B = [-1 \quad 0 \quad 2 \quad 3]$

3. Matriks Kolom

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

Contoh : $P = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

4. Matriks Bujur sangkar/Matriks Persegi

Yaitu suatu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Ordo matriks $n \times n$ sering disingkat dengan n saja.

$$\text{Contoh : } K = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & -3 & 2 \\ 0 & 9 & 4 & 9 \\ -6 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

5. Matriks Diagonal

Yaitu matriks persegi yang semua elemennya nol, kecuali elemen-elemen diagonal utamanya.

$$\text{Contoh : } E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} F = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

6. Matriks Satuan /MatriksIdentitas (I)

Yaitu matriks persegi yang semua elemen diagonal utamanya satu, dan elemen lainnya nol.

$$\text{Contoh : } I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7. Matriks Skalar

Yaitu matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya sama, tetapi bukan nol dan semua elemen lainnya nol.

$$\text{Contoh : } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

8. Matriks Segitiga Atas

Yaitu matriks yang semua elemen di bawah diagonal utamanya nol.

$$\text{Contoh : } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

9. Matriks Segitiga Bawah

Yaitu matriks yang semua elemen di atas diagonal utamanya nol.

$$\text{Contoh : } K = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 4 & 0 \\ 8 & 2 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

10. Matriks Koefisien

Yaitu matriks yang semua elemennya merupakan koefisien-keofisien dari suatu sistem persamaan linear.

Contoh1: Matriks koefisien dari sistem persamaan linier $2x + 3y = 7$ adalah : $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$
 $-4x + 5y = -3$

Contoh 2: Matriks koefisien dari sistem persamaan linier $3x + 2y - z = 7$ adalah $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$
 $4x + 2z = 8$
 $x - 5y + 4z = -6$

11. Dan lain-lain

LATIHAN SOAL

1. Diketahui $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- elemen-elemen baris ke-2
- elemen-elemen kolom ke-2
- elemen-elemen kolom ke-4
- elemen baris ke-1 kolom ke-3
- elemen baris ke-3 kolom ke-5
- ordo P

2. Diketahui $X = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- ordo X
- elemen-elemen baris ke-2
- $x_{2,3}$
- $x_{3,1}$
- $x_{3,2}$

3. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

Tentukan letak elemen :

- a. -2 b. 5 c. 6 d. 3 e. 0

4. Berikut ini termasuk jenis matriks apa ?

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

d. $D = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

5. Berikan contoh lain dari matriks :

- a. skalar b. segitiga bawah
c. segitiga atas d. diagonal

4. KESAMAAN DUA MATRIKS

Dua matriks dikatakan sama jika ordo dan elemen-elemen yang seletak sama.

Contoh 1: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$

Jika $A = B$ maka: $a=p$, $b=q$, $c=r$ dan $d=s$

Contoh 2: Tentukan x dan y dari $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$

Jawab : $x = 1$

$2y = 8 \Rightarrow y = 4$

5. TRANSPOSE MATRIKS

Transpose (putaran) matriks A yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A dengan menukarkan elemen-elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen-elemen pada kolom menjadi baris.

Transpose matriks A dinyatakan dengan A^T atau A' .

Contoh 3: Jika $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ maka tentukan P^T

Jawab : $P^T = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

LATIHAN SOAL

1. Tentukan x dan y dari :

a. $\begin{bmatrix} 3 & 3x \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2}x & 1 \\ 0 & y+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & x \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -4 & y+1 \\ 2x & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2y-x \\ x-5 & 3 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} x+2y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

2. Tentukan a, b, c dan d dari :

a. $\begin{bmatrix} 5 & 2a-6 \\ 3b & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2b \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} \frac{10}{b} & 2c \\ a-2 & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -6 \\ c & 8 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -3 & \frac{a}{d} \\ b+1 & \frac{d}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c}{b} & d-3 \\ a-2 & 5 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} a+c & 3b+4d \\ -b+3d & 2a-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

3. Tentukan transposenya dari :

a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

4. Tentukan c jika $A = \begin{bmatrix} 4a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} c-6b & 2a \\ 4a+2 & 2b+14 \end{bmatrix}$ dan $A = B^T$