

El Teorema del límite central, indica que, si se desea calcular probabilidades para la media (μ) de una población con los resultados de una muestra, entonces la distribución a utilizar es la siguiente:

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) : , \text{ siempre que la muestra sea mayor o igual a 30 elementos}$$

En donde $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma_{\bar{x}}$ y se conoce como el *error estándar de la media*

Considerando también que, si se tiene conocimiento del tamaño de la población y $n > 0.05N$, entonces al error estándar se le ha de aplicar el factor de corrección: $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

Y para estandarizar los valores

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Para el caso de variables cualitativas, el procedimiento es muy similar, pero se usa como base una aproximación de la distribución binomial a la normal en donde el parámetro de interés es la proporción de elementos en la población que cumplen con la característica de estudio:

$$P \sim N\left(\mu = P, \sigma_P = \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)$$

siempre que la muestra sea mayor o igual a 30 elementos

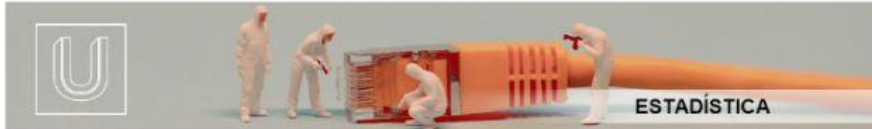
En donde $\sigma_P = \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$ y se conoce como el *error estándar de la proporción*

Considerando también que, si se tiene conocimiento del tamaño de la población y $n > 0.05N$, entonces al error estándar se le ha de aplicar el factor de corrección: $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

Y para estandarizar los valores

$$Z = \frac{p - P}{\sigma_{\hat{p}}}$$

Asesor: Juan Pablo Góngora Pérez



Ejemplo 1:

La cantidad de una impureza particular en un lote de cierto producto químico es una variable aleatoria con valor medio de 4.0 g y desviación estándar de 1.5 g. Si se preparan 50 lotes en forma independiente:

- ¿Cuál es el valor del error estándar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de gramos de impureza sea menor a 4.2?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de gramos de impureza sea mayor a 3.9?
- ¿Cuál es la probabilidad (aproximada) de que la cantidad promedio muestral de la impureza se encuentre entre 3.5 a 3.8 g?

Respuestas:

Como la muestra es mayor o igual a 30 elementos y no se conoce el tamaño de la población, no es necesario aplicar el factor de corrección.

$$a) \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.5}{\sqrt{50}} =$$

Por lo tanto, se establece la siguiente distribución muestral de medias:

$$\bar{x} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{x}})$$

$$\bar{x} \sim N(4, 0.2121)$$

- La probabilidad de que el promedio sea menor a 4.5:

$$P(\bar{x} < 4.5) = P\left(Z < \frac{4.5 - 4}{0.2121}\right) =$$

$$P(\bar{x} < 4.5) = P(Z < \quad) =$$

Uso de tablas (usando dos decimales en el valor Z):

Asesor: Juan Pablo Góngora Pérez

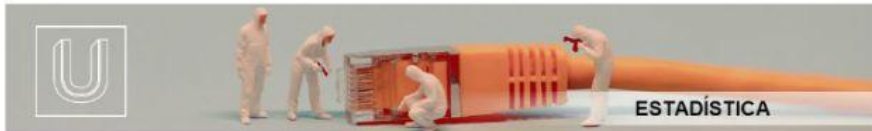


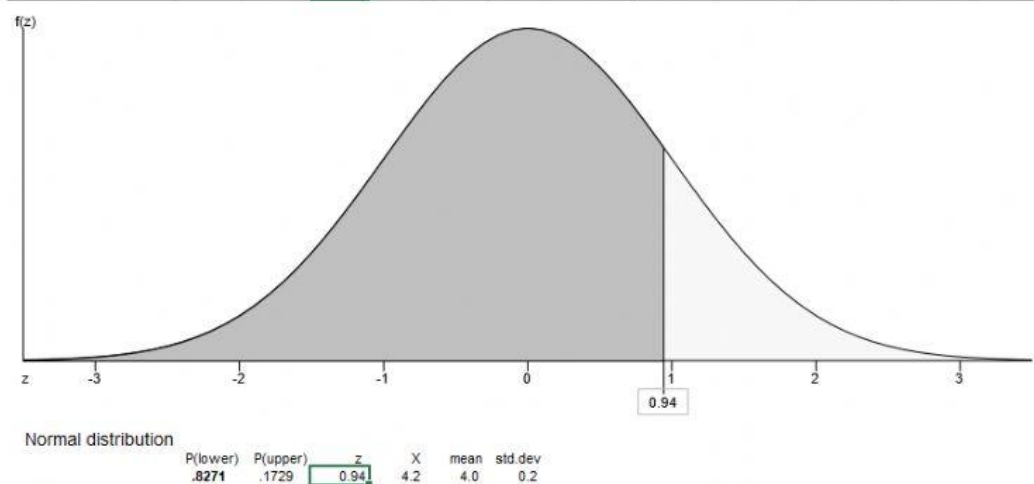
TABLA A-2 (continuación) Área acumulativa desde la IZQUIERDA

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830

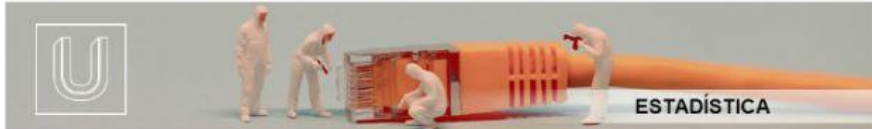
Uso de Excel (usa la mayor cantidad de decimales):

	A	B	C	D	E
1	x =	4.2			
2	Media =	4			
3	Error estándar =	0.2121			
4					
5	Probabilidad inferior =	=DISTR.NORM.N(B1,B2,B3,VERDADERO)			
6					

Representación gráfica de la probabilidad buscada:

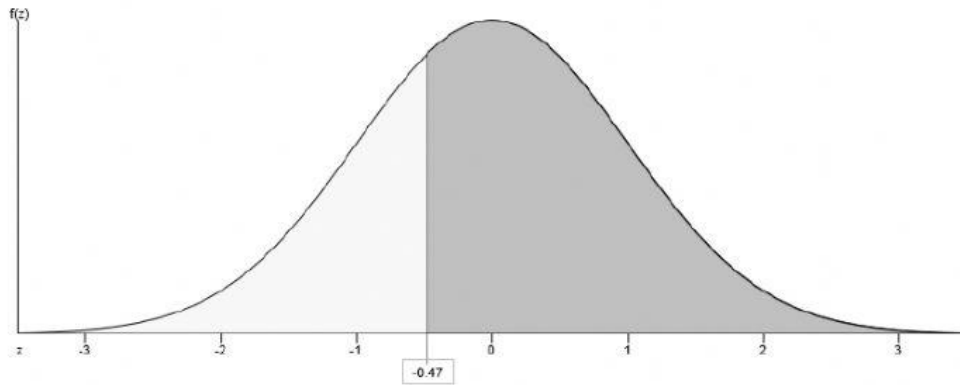


Asesor: Juan Pablo Góngora Pérez



c) $P(\bar{x} > 3.9) = P\left(Z > \frac{3.9-4}{0.2121}\right) = P(Z > \quad) = 1 - \quad =$

Representación gráfica de la probabilidad buscada:

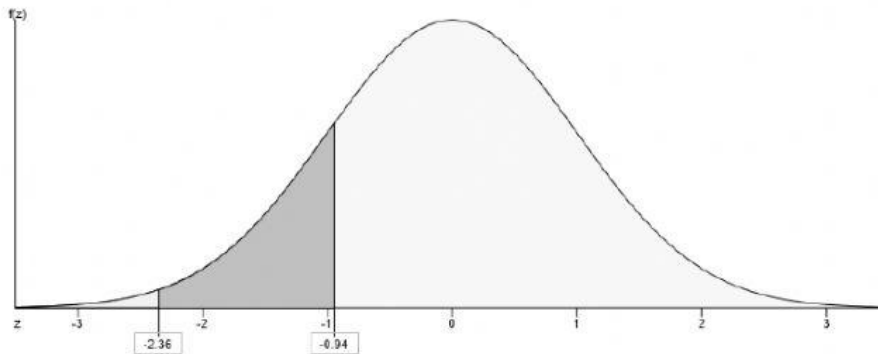


Normal distribution

P(lower)	P(upper)	Z	X	mean	std.dev
.3187	.6813	-0.47	3.9	4.0	0.2

d) $P(3.5 < \bar{x} < 3.8) = P\left(\frac{3.5-4}{0.2121} < Z < \frac{3.8-4}{0.2121}\right) = P(\quad < Z < \quad) = \quad - \quad =$

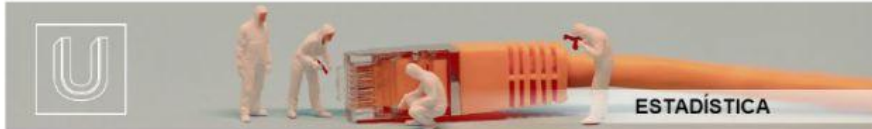
Representación gráfica de la probabilidad buscada:



Normal distribution

P(lower)	P(upper)	Z	X	mean	std.dev
.1729	.8271	-0.94	3.8	4.0	0.2
.0092	.9908	-2.36	3.5	4.0	0.2
.1637					

Asesor: Juan Pablo Góngora Pérez



Ejemplo 2.

¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de empleados de género femenino de una empresa sea mayor a 0.2 (20%)? Considérese que en una muestra de 120 empleados 18 fueron mujeres.

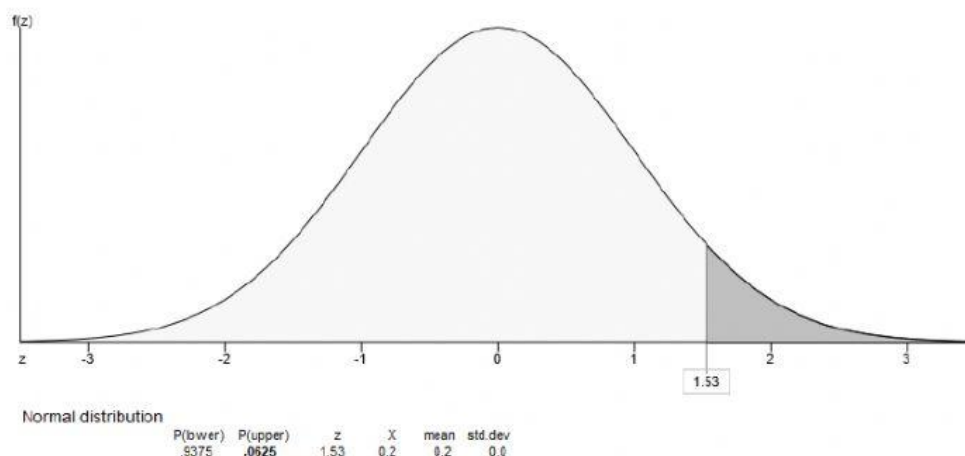
Respuesta:

Como la muestra es mayor o igual a 30 elementos y no se conoce el tamaño de la población, no es necesario aplicar el factor de corrección.

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{(0.20)(1 - 0.20)}{120}} =$$

$$P(P > 0.2) = P\left(Z > \frac{0.2 - 0.15}{0.0.326}\right) = P(Z > \quad) = 1 - \quad =$$

Representación gráfica de la probabilidad buscada:



Asesor: Juan Pablo Góngora Pérez