Potenciación de números racionales

Para leer y recordar

- Si n es un número entero:

$a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\, \dots \,.\, a}_{n \text{ factores}}$ $\quad a^0 = 1 \; (a \neq 0)$

exponente ← $a^n = p$ → potencia; base ← a

Ejemplos: $3^5 = \underbrace{3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3}_{5 \text{ factores}} = 243 \quad 3^0 = 1$

- Potencia de un número fraccionario

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Ejemplos:

$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64} \qquad \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{(-4)^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

- Potencia de exponente negativo

$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (a \neq 0 \,;\, b \neq 0)$

Ejemplos:

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \qquad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

1) Si se sabe que exponente ← $a^n = p$ → potencia (base ← a), ¿quién es el exponente, la base y la potencia en una **potencia de número fraccionario**?

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Exponente
Base
Potencia

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

Exponente
Base
Potencia

2)

- Si n es un número entero:

$a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\, \dots \,.\, a}_{n \text{ factores}}$ $\quad a^0 = 1 \; (a \neq 0)$

Ejemplos: $3^5 = \underbrace{3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3}_{5 \text{ factores}} = 243 \quad 3^0 = 1$

Selecciona la respuesta correcta:

Todo número elevado a la cero es igual a ...

una fracción negativa.
un número impar.
uno.

3) Unir con flechas cada definición de potencia con el ejemplo correspondiente.

Potencia de un número fraccionario

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Potencia de exponente negativo de un número natural distinto de cero.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \qquad (a \neq 0)$$

Potencia de exponente negativo de un número fraccionario con numerador y denomidador distinto de cero.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \qquad (a \neq 0\ ;\ b \neq 0)$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{(-4)^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

4) Completar las resoluciones de cada uno de las siguientes operaciones.

Potencia de exponte par y base no nula.

a) $5^3 = \boxed{5\ .\quad\ .\quad} = \boxed{\quad}$

b) $(-3)^2 = \boxed{(-3)\ .\quad} = \boxed{\quad}$

c) $-3^2 = \boxed{\square\ 3\ .\ 3} = \boxed{-\quad}$

d) $13^0 = \boxed{\quad}$

e) $-3^0 = \boxed{-\quad} = \boxed{\quad}$

f) $10^6 = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

g) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{\square}{3}\right)^5 = \frac{\square^{\square}}{\square^{\square}} = \underline{\qquad\qquad} = \frac{\square}{\square}$

h) $-\left(\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{\square}{\square}$

i) $-3^{-1} = -\frac{\square}{\square}$

j) $(-1532)^1 = \square$

k) $(-5)^3 = \square$

l) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{\square}\right)^3 = \frac{(-5)^{\square}}{\square^{\square}} = \frac{(\quad).\quad.\quad}{2\,.\,2\,.\,2} = -\frac{\square}{\square}$

m) $-\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{\square^{\square}}{\square^{\square}} = -\frac{\square}{\square}$

Potencia de base negativa.

n) $-3^{-3} = \square\left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square} = \square\,\frac{\square}{\square}$

o) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} = -\frac{\square}{\square}$

p) $(-3)^5 = (-3).(\quad).(-3).(\quad).(\quad) = \square$

q) $\left(-\frac{1}{25}\right)^0 = \square$

r) $\frac{3^3}{5} = \frac{\square}{5}$

Potencias de exponente impar y base no nula.

s) $4^{-2} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square} = \frac{\square}{\square}$

t) $(-2)^{-3} = \left(\frac{\square}{-\square}\right)^3 = \square\,\frac{\square}{\square}$

5) Observar los resultados de la actividad anterior y, luego, seleccionar la opción correcta para que las siguientes oraciones resulten verdaderas.

a) El signo de una potencia de exponente par y base no nula
- es siempre positivo.
- depende del signo de la base.
- es a veces negativo.

b) Cuando la base de una potencia es negativa, la potencia
- es siempre negativa.
- es negativa sólo si el exponente es impar.
- siempre es positiva.

c) Las potencias de exponente impar y base no nula
- son siempre positivas.
- son siempre negativas.
- llevan el signo de la base.

6) Hacer clic en la potencia que es equivalente de la primera.

a. $\left(-\frac{5}{8}\right)^{-2} =$	$\left(\frac{8}{5}\right)^{-2}$	$\left(-\frac{8}{5}\right)^{-2}$	$\left(-\frac{8}{5}\right)^{2}$
b. $(-3)^{-4} =$	3^4	$\left(-\frac{1}{3}\right)^{4}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{4}$

Radicación de números racionales

Para leer y recordar

índice $\leftarrow n$; $\sqrt[n]{m} = r$; $\rightarrow$ radical; $r \rightarrow$ raíz enésima de m.; m $\downarrow$ radicando

- Si el índice de la raíz es par, la *raíz enésima* de un número *m* no negativo es el número *r* no negativo cuya potencia enésima es *m*.
- Si el índice de la raíz es impar, la *raíz enésima* de un número *m* es el número *r* cuya potencia enésima es *m*.

Ejemplos: $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$

$\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 = 16$

$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ porque $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$

$\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$

$\sqrt[3]{-\frac{125}{8}} = -\frac{5}{2}$ porque $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8}$

Importante: Las raíces de índice par y radicando negativo no tienen solución en el campo numérico en el que estamos trabajando.

7) Completar las siguientes actividades.

a) **La raíz cuadrada de 81 posee índice 2 pero no hace falta escribirlo, entonces, toda raíz que no posea índice escrito posee índice 2.**

$\sqrt[2]{81} = \sqrt{81} =$ $\qquad$ $porque\ 9\,.\,9 =$

Uno de esos factores es el resultado de $\sqrt[2]{81}$.

b) $\sqrt{-4} =$ ¿Puedes encontrar un número que multiplicado dos veces dé como resultado -4?

Sí $\qquad$ No

c) $\sqrt{-\frac{16}{81}} =$ ¿Puedes encontrar un número que multiplicado dos veces dé como resultado un número negativo?

Sí No

d) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \frac{\sqrt[5]{-1}}{\sqrt{32}} = —$ La raíz enésima (es decir, de cualquier índice) de un número racional es distributiva con respecto al numerador y al denominador.

Aplica la regla de los signos. Simplificar la fracción.

e) $-\sqrt[3]{-\frac{216}{64}} = -\frac{\sqrt{-216}}{\sqrt{64}} = -\left(—\right) = — = —$

Expresa los números decimales como fracción y luego resuelve las raíces.

Simplificar la fracción.

f) $\sqrt[3]{0{,}000008} = \sqrt{} = \frac{\sqrt{}}{\sqrt{}} = — = —$

g)) $\sqrt[4]{0{,}0081} = \sqrt{} = \frac{\sqrt{}}{\sqrt{}} = —$