ÁREA: MATEMÁTICA NIVEL: SECUNDARIO PROFESOR: LEUDY J, CALANCHE U

FUNCIONES CONTINUAS Y DISCONTINUAS

GRADO: NOMBRE Y APELLIDO:

Definición formal

Una función $\boldsymbol{f}$ es **continua en el punto** $\boldsymbol{x = a}$; si el límite de la función por ambos lados de "$\boldsymbol{a}$" coincide con su imagen $\boldsymbol{f(a)}$, es decir, f es continua en "a" si:

$$\lim_{x\to a^+}(x) = f(a) \quad \text{y} \quad \lim_{x\to a^+}(x) = f(a)$$

Si esto no ocurre, o bien, no existe $\boldsymbol{f(a)}$, se dice que $\boldsymbol{f}$ es **discontinua en el punto** $\boldsymbol{x = a}$.
Una función es **continua** si es continua en todos los puntos de su dominio.

Ejercicios 1:

Determinar el valor del parámetro "$\boldsymbol{a}$", para que la siguiente función definida a trozos sea continua en $\mathbb{R}$

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} x+3 & si \quad x \leq 1 \\ ax - x^2 & si \quad x > 1 \end{cases}}$$

Solución:

Paso 1 : Calcular $f(a)$ donde $a = 1$

$$\boldsymbol{f(1) = (\qquad) + 3 =}$$

Paso 2: Calcular el límite inferior.

$$\lim_{\mathbf{x\to 1^-}}(\mathbf{1}) =$$

Paso 3: Calcular el límite superior.

$$\lim_{\mathbf{x\to 1^+}}(\mathbf{1}) =$$

Paso 4: Igualar los límites superior e inferior y despejar el parámetro "$\boldsymbol{a}$":

$$= \qquad \to \mathbf{a} \quad =$$

Ejercicios 2:

Determinar los puntos de discontinuidad de la siguiente función: $f(x) = \frac{1}{x^2-x-2}$

Solución:

Paso 1 : Igualar el denominador a cero (0)

$$x^2 - x - 2 = 0 \;\rightarrow \textbf{ ecuación de segundo grado}$$

Paso 2 : Resolver la ecuación cuadrática obtenida.

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{a} = \\ \\ \boldsymbol{b} = \\ \\ \boldsymbol{c} = \end{array}\right\} \; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \quad \rightarrow \quad x_1 = \qquad\qquad \text{y} \quad x_2 =$$

Por lo tanto la función es discontinua en $x_1 =$ y $x_2 =$

Ejercicios 3:

Determinar los puntos de discontinuidad de la siguiente función: $\boldsymbol{f(x) = \frac{2}{x^2+2x+1}}$

Solución:

Paso 1 : Igualar el denominador de la función a cero (0)

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \;\rightarrow \textbf{ ecuación de segundo grado}$$

Paso 2 : Resolver la ecuación cuadrática obtenida en el paso anterior.

El único punto de discontinuidad es en $x =$

Ejercicios 4:

Determinar los puntos de discontinuidad y los intervalos de continuidad de la siguiente función: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

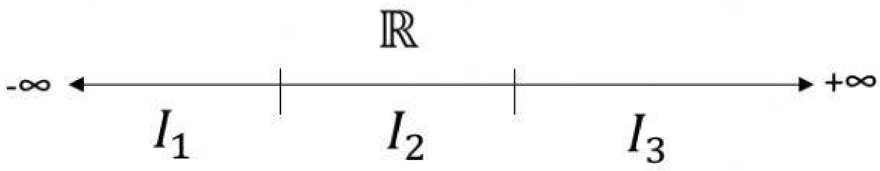
Solución:

Paso 1 : Igualar el radicando a cero (0) y despejar la variable "x"

$$x^2 - 4 = 0 \;\rightarrow\; x^2 = \qquad \rightarrow \quad x = \pm$$

Por lo tanto la función tienes dos puntos de discontinuidad $x_1 =$ y $x_2 =$

Paso 2: Estos dos puntos dividen la recta real en tres segmentos o intervalos



Paso 3 : Analizar los intervalos para saber el cuál de ellos el radicando es no negativo (positivo)

Intervalo 1:

$x = -4 \quad \rightarrow \quad x^2 - 4 = (\qquad)^2 - 4 = \qquad\qquad -4 =$

Intervalo 2:

$x = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 4 = (\qquad)^2 - 4 = \qquad\qquad -4 =$

Intervalo 3:

$x = 4 \quad \rightarrow \quad x^2 - 4 = (\qquad)^2 - 4 = \qquad\qquad -4 =$

Por lo tanto el radicando no es negativo en el primer y tercer intervalos; lo cual indica que:

a) La función es continua en $(-\infty; \qquad\qquad] \cup [\qquad\qquad ; \infty)$

b) La función tiene un salto en el intervalo $(\qquad\qquad ; \qquad\qquad)$

Ejercicios 5:

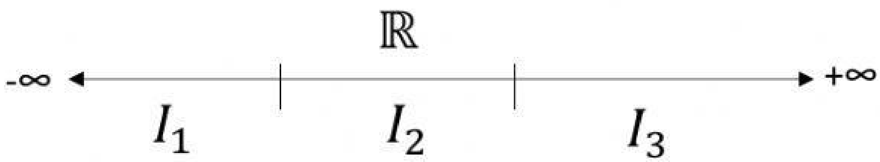
Determinar los puntos de discontinuidad y los intervalos de continuidad de la siguiente función: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1x - 10}$

Solución:

Paso 1: Igualando el radicando a cero (0) y resolviendo la ecuación cuadrática, se tiene:

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = \qquad\qquad \text{y} \qquad\qquad x_2 =$$

Paso 2 : Estos dos puntos dividen la recta real en tres segmentos o intervalos



Paso 3 : Analizar los intervalos para saber el cuál de ellos el radicando es no negativo (positivo)

Intervalo 1:

$x = -9 \quad \rightarrow \quad x^2 + 3x - 10 = (\qquad)^2 + 3(\qquad) - 10 =$

Intervalo 2:

$x = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + 3x - 10 = (\qquad)^2 + 3(\qquad) - 10 =$

Intervalo 3:

$x = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 + 3x - 10 = (\qquad)^2 + 3(\qquad) - 10 =$

Por lo tanto el radicando no es negativo en el primer y tercer intervalos; lo cual indica que:

a) La función es continua en $(-\infty; \quad] \cup [\quad ; \infty)$

b) La función tiene un salto en el intervalo (;)

Ejercicios 6:
Determinar si la siguiente función definida a trozos es continua o discontinua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x-2} & si \quad x \leq 3 \\ \\ \dfrac{3x}{2x-3} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

Solución :

Paso 1 : Calcular $f(a)$ donde $a = 3$

$$f(a) = f\,(3) =$$

Paso 2: Calculas el límite superior.

$$\lim_{x \to 3^+} (3) =$$

Paso 2: Calculas el límite inferior.

$$\lim_{x \to 3^-} (1) =$$

Conclusión: La función es **:**

Ejercicios 7:

Verifica si la veracidad de decir que la función $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$, es continúa en el punto $x = 3$

Solución:

La función es :

Ejercicios 8:

Verifica si la función $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$, es continúa.

Solución:

La función es :