ÁREA: MATEMÁTICA NIVEL: SECUNDARIO PROFESOR: LEUDY J, CALANCHE U

PROBLEMAS DE NÚMEROS COMPLEJOS

GRADO: NOMBRE Y APELLIDO:

Los números complejos

Los números complejos son aquellos que resultan de la suma de un número real y un **número imaginario**; entendiéndose como número real, aquel que puede expresarse de forma entera (s, 10, 300, etc.) o decimal (2,24; 3,10; etc.), mientras que **el imaginario es aquel número cuyo cuadrado es negativo**.

Unidad imaginaria

La **unidad imaginaria** o **unidad** de número **imaginario** (i) es una solución a la ecuación cuadrática $x^2 + 1 = 0$. A pesar de que no hay un número real con esta propiedad, i puede ser usado para extender los números reales a lo que son llamados números complejos. $i = \sqrt{-1}$

Potencias de la unidad imaginaria

La unidad imaginaria i se puede multiplicar por ella misma como cualquier número real, obteniéndose entonces lo que se llaman las potencias de la unidad imaginaria. Así pues, se trabaja de la siguiente manera:

$$i^0 = 1$$
$$i^1 = \sqrt{-1} = i$$
$$i^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$$
$$i^3 = \left(\sqrt{-1}\right)^3 = \left(\sqrt{-1}\right)^2.\left(\sqrt{-1}\right) = (-1).\sqrt{-1} = -\sqrt{-1} = -i$$

Las potencias de la unidad imaginaria son cíclicas, se repiten en un ciclo de 4 en 4; por lo tanto:

$$i^4 = i^0 = 1 \;\; ; \; i^5 = i^1 = i \; ; i^6 = i^2 = -1 \; ; i^7 = i^3 = -i$$

Para calcular i^n, dividimos el exponente de "n" entre 4 y el residuo "r" de dicha división será el nuevo exponente de "i" ; es decir, $i^n = i^r$

Ejemplo: Calcular i^{347}

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 347 & 4 \\ \hline -32 & 86 \\ 27 & \\ -24 & \\ 3 = r & \end{array}$$

por lo tanto : $i^{347} = i^3 \rightarrow \;\; i^{347} = -i$

Ejercicios:

1. Calcula las potencias de la unidad imaginaria que se indican.

   a) $i^{67} =$

$$\begin{array}{r|l} 67 & \\ \hline - & \\ = r & \end{array}$$

Por lo tanto $i^{67} = i \quad \rightarrow \; i^{67} =$

b) $i^{617} =$

6 1 7
  1
    7
      =r

Por lo tanto $i^{617} = i$ $\rightarrow$ $i^{617} =$

c) $i^{257903} =$

2. Calcula las siguientes raíces.

a) $\sqrt{-49} =$ i

c) $\sqrt{-81} =$ i

b) $\sqrt{-9} =$ i

d) $\sqrt{-100} =$ i

3. Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\sqrt{-49} + \sqrt{-16} =$ i + i = i

b) $5\sqrt{-4} - 3\sqrt{-36} =$ 5x $i - 3$x i = $i -$ $i =$ i

c) $\sqrt{-49} + 4\sqrt{-16} - 9i =$ i + i -9 i = i

d) $3\sqrt{-81} - 2i + 8(i^{2793}) =$ i -2 i + 8 = i

4. Realiza las siguientes multiplicaciones.

a) $(\sqrt{-49})x\ (\sqrt{-16}) =$ (i) x (i) =

b) $5(\sqrt{-4})x\ (\sqrt{-36}) =$ (i) x (i) =

c) $(6\sqrt{-25})x(2\sqrt{-4}) =$ (i) x (i) =