

INECUACIONES

1. Definición

La desigualdad de la forma:

$$ax + b > 0 \quad \text{ó} \quad ax + b \geq 0$$

$$ax + b < 0 \quad \text{ó} \quad ax + b \leq 0$$

o toda aquella que pueda transformarse en una de las cuatro anteriores se denomina "desigualdad de primer grado" con una incógnita.

Por ejemplo:

$$3x - 8 < 0 ; \quad 5x + 13 > 0$$

$$2x + 3 \leq 0 ; \quad 3x + 9 \geq 0$$

$$\frac{3x}{2} - 5 > \frac{2x}{5} + 2$$


2. Solución

Se denomina así a todo valor de "x" que satisface la desigualdad dada.

Por ejemplo:

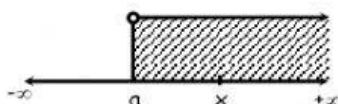
El número 2 es solución de $3x - 8 < 0$, puesto que :

$$3 \cdot 2 - 8 < 0 \Rightarrow -2 < 0$$

3. Resolver una Inecuación

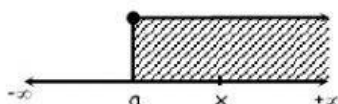
Significa hallar todos los valores de la incógnita que verifican la desigualdad dada. La búsqueda de la solución de cualquier inecuación de primer grado con una incógnita da lugar a desigualdades elementales de la forma:

- $x > a$



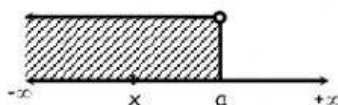
$$x \in \langle a, \infty \rangle \Rightarrow \text{conjunto solución}$$

- $x \geq a$



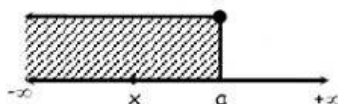
$$x \in [a, \infty \rangle \Rightarrow \text{conjunto solución}$$

- $x < a$



$$x \in \langle -\infty, a \rangle \Rightarrow \text{conjunto solución}$$

- $x \leq a$

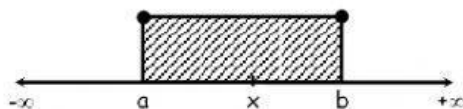


$$x \in \langle -\infty, a] \Rightarrow \text{conjunto solución}$$

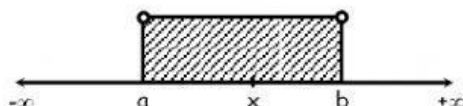


1. Intervalos Finitos

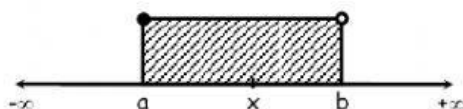
- Intervalo Cerrado: $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$



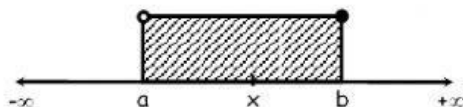
- Intervalo Abierto: $\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$



- Intervalos semiabiertos:
 $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$



$$\langle a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$



2. Inecuaciones con Valor Absoluto

Para resolver este tipo de inecuaciones se utilizan los siguientes teoremas:

Teorema 1: $|a| < b \wedge b > 0 \Rightarrow -b < a < b$

Ejemplo: Resolver $|x - 3| < 1 \Rightarrow -1 < x - 3 < 1$
 $2 < x < 4$
 $x \in \langle 2, 4 \rangle$

Teorema 2: $|a| > b \wedge b > 0 \Rightarrow a < -b \vee a > b$

Ejemplo: Resolver $|2x - 3| \geq 7$
 $2x - 3 \leq -7 \vee 2x - 3 \geq 7$
 $x \leq -2 \quad x \geq 5$





Ejercicios de Aplicación

Ejemplos:

A. $(3x < 8) \cdot \frac{1}{3}$

$\Rightarrow x < \frac{8}{3}$

No cambia de sentido

$\Rightarrow x \in \langle -\infty; 8/3 \rangle$

$(-5x \geq 11) \cdot -\frac{1}{5}$

negativo

$\Rightarrow x \leq -\frac{11}{5}$

Cambia de sentido

$\Rightarrow x \in \langle -\infty; -11/5 \rangle$

B. Resuelve:

$$\frac{-3x+2}{4} > 7$$

e indica el mayor valor entero que puede tomar «x».

Resolución:

$$\frac{-3x+2}{4} > 7$$

$$-3x+2 > 28$$

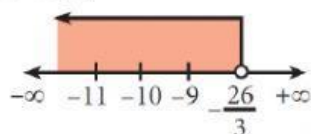
$$-3x > 28-2$$

$$(-3x > 26)(-1)$$

$$3x < -26$$

$$x < -\frac{26}{3}$$

$$\Rightarrow x \in \langle -\infty; -26/3 \rangle$$



Luego el mayor valor entero que puede tomar «x» es -9.

C. Resuelve: $5x + 4 \leq -10$ e indica el mayor valor entero que puede tomar «x».

Resolución:

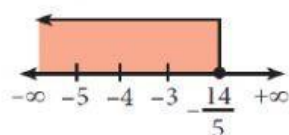
$$5x + 4 \leq -10$$

$$5x \leq -10 - 4$$

$$5x \leq -14$$

$$x \leq -\frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow x \in \langle -\infty; -14/5 \rangle$$



Luego, el mayor valor que puede tomar «x» es -3.

D. Resuelve:

$$\frac{x}{3} - \frac{7}{2} < 5 - \frac{x}{4}$$

Resolución:

$$\frac{x}{3} - \frac{7}{2} < 5 - \frac{x}{4}$$

$$\text{MCM}(3; 2; 4) = 12$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{3} - \frac{7}{2} < 5 - \frac{x}{4} \right) (12)$$

$$4x - 42 < 60 - 3x$$

$$4x + 3x < 60 + 42$$

$$7x < 102$$

$$x < \frac{102}{7}$$



$$\text{C. S.} = \langle -\infty; \frac{102}{7} \rangle$$

Inecuaciones de primer grado

1. Resuelve:

$$x + 8 > 10$$

- a. $\langle 1; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 1 \rangle$ e. $\langle -\infty; 3 \rangle$
b. $\langle 2; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; 2 \rangle$

2. Resuelve :

$$2x + 5 < 13$$

- a. $\langle 4; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 5 \rangle$ e. $\langle -\infty; 3 \rangle$
b. $\langle 3; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; 4 \rangle$

3. Resuelve :

$$3x - 7 > 8$$

- a. $\langle -5; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 4 \rangle$ e. $\langle -\infty; 5 \rangle$
b. $\langle 5; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; -5 \rangle$

4. Resuelve :

$$8x < 56$$

- a. $\langle 7; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 7 \rangle$ e. $\langle -\infty; 8 \rangle$
b. $\langle 8; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; -7 \rangle$

5. Resuelve :

$$9x > 90$$

- a. $\langle 10; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 10 \rangle$ e. $\langle -\infty; 8 \rangle$
b. $\langle 6; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; 6 \rangle$

6. Resuelve :

$$4x + 6 < 2x + 18$$

- a. $\langle 6; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 2 \rangle$ e. $\langle -\infty; 8 \rangle$
b. $\langle 3; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; 6 \rangle$

7. Resuelve :

$$8x - 10 < 3x + 30$$

- a. $\langle 4; +\infty \rangle$ c. $\langle -4; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; 5 \rangle$
b. $\langle \infty; +6 \rangle$ d. $\langle -\infty; 8 \rangle$

8. Resuelve :

$$9x + 6 > 4x + 26$$

- a. $\langle 1; +\infty \rangle$ c. $\langle 4; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; 6 \rangle$
b. $\langle -\infty; +2 \rangle$ d. $\langle -\infty; 2 \rangle$

9. Resuelve:

$$10x - 5 > 4x + 31$$

- a. $\langle 6; +\infty \rangle$ c. $\langle 8; +\infty \rangle$ e. $\langle \infty; -6 \rangle$
b. $\langle -\infty; 2 \rangle$ d. $\langle -\infty; 6 \rangle$

10. Resuelve:

$$\frac{x}{2} > 7$$

- a. $\langle 8; +\infty \rangle$ c. $\langle 14; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; -14 \rangle$
b. $\langle -\infty; 10 \rangle$ d. $\langle -\infty; 12 \rangle$

11. Resuelve:

$$\frac{x}{5} > 9$$

- a. $\langle 45; +\infty \rangle$ c. $\langle -35; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; 30 \rangle$
b. $\langle -\infty; 40 \rangle$ d. $\langle -\infty; 45 \rangle$

12. Resuelve:

$$\frac{x}{7} < 8$$

- a. $\langle 56; +\infty \rangle$ c. $\langle 28; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; -54 \rangle$
b. $\langle -\infty; 56 \rangle$ d. $\langle -\infty; 36 \rangle$

13. Resuelve:

$$\frac{x}{9} < 10$$

- a. $\langle 85; +\infty \rangle$ c. $\langle 70; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; -95 \rangle$
b. $\langle -\infty; 80 \rangle$ d. $\langle -\infty; 90 \rangle$

14. Resuelve:

$$\frac{x}{2} + 1 < 7$$

- a. $\langle 8; +\infty \rangle$ c. $\langle 12; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; 6 \rangle$
b. $\langle -\infty; 12 \rangle$ d. $\langle -\infty; 8 \rangle$

15. Resuelve:

$$\frac{x}{4} - 2 > 3$$

- a. $\langle 25; +\infty \rangle$ c. $\langle 25; +\infty \rangle$ e. $\langle 20; +\infty \rangle$
b. $\langle -\infty; 20 \rangle$ d. $\langle -\infty; 30 \rangle$

16. Resuelve:

$$\frac{2x-3}{3} \geq 5$$

- a. $[6; +\infty)$ c. $\langle -\infty; 9]$ e. $\langle 9; +\infty)$
b. $[9; +\infty)$ d. $\langle -\infty; 6]$