

Pertidaksamaan Fungsi Eksponensial



Nama

Kelas

1. $(x - 3)(x + 2) > 0$

$x = 3$ atau $x = -2$

Oret-oret

$x = 0 \rightarrow$ Terletak diantara dengan 3

$(0 - 3)(0 + 2) = -3 \times 2 = -6 < 0$

Sehingga tanda pada garis bilangan antara dengan 3 adalah negatif

Dengan demikian kanan kirinya memiliki tanda positif.



Karena yang diminta $(x - 3)(x + 2) > 0$ maka yang dipilih yang positif

$\therefore Hp = \{x | x < -2 \text{ atau } x > 3\}$

2. $(x - 3)(x - 9) \geq 0$

$x = 3$ atau $x = 9$

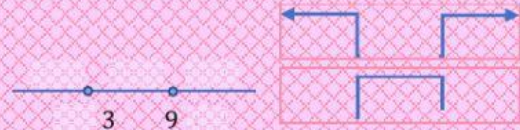
Oret-oret

$x = 4 \rightarrow$ Terletak diantara dengan 9

$(4 - 3)(4 - 9) = 1 \times (-5) = -5 < 0$

Sehingga tanda pada garis bilangan antara dengan 9 adalah

Dengan demikian kanan kirinya memiliki tanda



Karena yang diminta $(x - 3)(x - 9) \geq 0$ maka yang dipilih yang negatif

$\therefore Hp = \{x | x \leq 3 \text{ atau } x \geq 9\}$

3. $(x + 2)(x - 4) < 0$

$x = -2$ atau $x = 4$

Oret-oret

$x = 0 \rightarrow$ Terletak diantara -2 dengan 4

$(0 + 2)(0 - 4) = 2 \times (-4) = -8 < 0$

Sehingga tanda pada garis bilangan antara -2 dengan 4 adalah negatif

Dengan demikian kanan kirinya memiliki tanda positif.



Karena yang diminta $(x + 2)(x - 4) < 0$ maka yang dipilih yang negatif

$\therefore Hp = \{x | -2 < x < 4\}$

4. $(x - 1)(x - 9) \leq 0$

$x = 1$ atau $x = 9$

Oret-oret

$x = 4 \rightarrow$ Terletak diantara 1 dengan 9

$(4 - 1)(4 - 9) = 3 \times (-5) = -15 < 0$

Sehingga tanda pada garis bilangan antara 1 dengan 9 adalah

Dengan demikian kanan kirinya memiliki tanda



Karena yang diminta $(x - 1)(x - 9) \leq 0$ maka yang dipilih yang negatif

$\therefore Hp = \{x | 1 \leq x \leq 9\}$

5. $(x + 6)(x + 3) \leq 0$

$x = -6$ atau $x = -3$

Oret-oret

$x = 0 \rightarrow$ Terletak diantara -6 dengan -3

$(0 + 6)(0 + 3) = 6 \times 3 = 18 > 0$

Sehingga tanda pada garis bilangan antara -6 dengan 3 adalah

Dengan demikian kanan kirinya memiliki tanda



Karena yang diminta $(x + 6)(x + 3) \leq 0$ maka yang dipilih yang negatif

$\therefore Hp = \{x | -6 \leq x \leq -3\}$

6. $(x - 8)(x + 1) \geq 0$

$x = 8$ atau $x = -1$

Oret-oret

$x = 0 \rightarrow$ Terletak diantara -1 dengan 8

$(0 - 8)(0 + 1) = (-8) \times 1 = -8 < 0$

Sehingga tanda pada garis bilangan antara -1 dengan 8 adalah

Dengan demikian kanan kirinya memiliki tanda



Karena yang diminta $(x + 1)(x - 8) \geq 0$ maka yang dipilih yang negatif

$\therefore Hp = \{x | x \leq -1 \text{ atau } x \geq 8\}$



Besar Mana ?

Isilah titik dibawah ini dengan tanda $>$ atau $<$!

2^7 ... 2^3	$3^5 < 3^9$	5^6 ... 5^2	7^4 ... 7^7	$a^3 < a^9$	a^5 ... a^6	a^7 ... a^3
$(\frac{1}{2})^7$... $(\frac{1}{2})^3$	$(\frac{1}{3})^5 > (\frac{1}{3})^9$	$(\frac{1}{5})^6$... $(\frac{1}{5})^2$	$(\frac{1}{7})^4$... $(\frac{1}{7})^7$	$(\frac{1}{a})^3 > (\frac{1}{a})^9$	$(\frac{1}{a})^5$... $(\frac{1}{a})^6$	$(\frac{1}{a})^7$... $(\frac{1}{a})^3$

Sifat – sifat pertidaksamaan eksponensial

Untuk melengkapi sifat – sifat pertidaksamaan, silahkan kalian geser kotak sebelah kanan ke kotak sebelah kiri sesuai dengan benar !

1. Monoton Naik ($a > 1$)

a. Jika $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, maka

$$f(x) \geq g(x)$$

$$a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$$

b. Jika $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$, maka

$$f(x) \leq g(x)$$

2. Monoton Turun ($0 < a < 1$)

a. Jika $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, maka

$$f(x) \geq g(x)$$

$$a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$$

b. Jika $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$, maka

$$f(x) \leq g(x)$$

Latihan Soal

Isilah bagian rumpang pada kotak dibawah ini

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $5^{3x-9} > 1$!

Penyelesaian

$$5^{3x-9} > 1$$

$$\Leftrightarrow 5^{3x-9} > 5$$

$$\Leftrightarrow 3x - 9$$

$$\Leftrightarrow 3x - 9$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{9}{3}$$

$$\Leftrightarrow x - 3$$

$$\therefore Hp = \{x | x > 3\}$$

Basisnya adalah

Basis ruas kanan dan ruas kiri adalah lalu gunakan sifat 1a

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2^{15-2x} \leq 2^3$!

Penyelesaian

$$2^{15-2x} \leq 2^3$$

$$\Leftrightarrow 15 - 2x$$

$$\Leftrightarrow -2x - 15$$

$$\Leftrightarrow -2x - 15$$

$$\Leftrightarrow 2x$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow x - 6$$

$$\therefore Hp = \{x | x \geq 6\}$$

Basis ruas kanan dan ruas kiri adalah lalu gunakan sifat

Kedua ruas dikalikan dengan negatif sehingga tanda $\leq$ berganti $\geq$

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $7^{x^2+6x-12} \geq 7^{x+2}$!

Penyelesaian

$$7x^2 + 6x - 12 \geq 7x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 12 \geq 7x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 7) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2 \text{ atau } x \leq -7$$

$$\therefore Hp = \{x | x \geq 2 \text{ atau } x \leq -7\}$$

Basis ruas kanan dan ruas kiri adalah 1, lalu gunakan sifat 1a

Pindah ruas kiri

4. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\left(\frac{1}{4}\right)^{5x-1} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{x-4}$!

Penyelesaian

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{5x-1} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{x-4}$$

Basisnya adalah $\frac{1}{2}$, ubah basis ruas kanan dan kiri menjadi $\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{5x-1} \geq \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^{x-4}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{10x-2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-12}$$

Basis ruas kanan dan ruas kiri adalah $\frac{1}{2}$, lalu gunakan sifat 2a

$$\Leftrightarrow 10x - 2 \leq 3x - 12$$

$$\Leftrightarrow 10x - 3x \leq -12 + 2$$

$$\Leftrightarrow 7x \leq -10$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{10}{7}$$

$$\therefore Hp = \left\{x \mid x \leq -\frac{10}{7}\right\}$$

5. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-4x+3} \leq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+5}$!

Penyelesaian

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-4x+3} \leq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+5}$$

Basisnya adalah $\frac{1}{7}$, ubah basis ruas kanan menjadi $\frac{1}{7}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-4x+3} \leq \left(\left(\frac{1}{7}\right)^2\right)^{x+5}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-4x+3} \leq \left(\frac{1}{7}\right)^{2x+10}$$

Basis ruas kanan dan ruas kiri adalah $\frac{1}{7}$, lalu gunakan sifat 2b

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 2x + 10$$

Pindah ruas kiri

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 7)(x + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 7 \text{ atau } x \leq -1$$

$$\therefore Hp = \{x | x \geq 7 \text{ atau } x \leq -1\}$$

6. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\left(\frac{1}{36}\right)^{x^2-2x-11} \geq \left(\frac{1}{6}\right)^{x^2+7x+4}$!

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{36}\right)^{x^2-2x-11} &\geq \left(\frac{1}{6}\right)^{x^2+7x+4} \\ \Leftrightarrow \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2\right)^{x^2-2x-11} &\geq \left(\frac{1}{6}\right)^{x^2+7x+4} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^{2x^2-4x-22} &\geq \left(\frac{1}{6}\right)^{x^2+7x+4} \\ \Leftrightarrow 2x^2-4x-22 &\leq x^2+7x+4 \quad \text{Pindah ruas kiri} \\ \Leftrightarrow x^2-11x-26 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow (x+2)(x-13) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -2 \leq x &\leq 13 \\ \therefore Hp &= \{x | -2 \leq x \leq 13\} \end{aligned}$$

Basisnya adalah $\frac{1}{6}$, ubah basis ruas kiri menjadi $\frac{1}{6}$

Basis ruas kanan dan ruas kiri adalah $\frac{1}{6}$, lalu gunakan sifat 2a

Pindah ruas kiri

7. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 > 0$!

Penyelesaian

$$\begin{aligned} 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 &> 0 \\ \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x \cdot 2^2 + 32 &> 0 \\ \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x \cdot 4 + 32 &> 0 \\ \Leftrightarrow (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 &> 0 \end{aligned}$$

Basisnya adalah 2

Misalkan $p = 2^x$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow p^2 - 12p + 32 &> 0 \\ \Leftrightarrow (p-4)(p-8) &> 0 \\ \Leftrightarrow p < 4 \text{ atau } p > 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Untuk } p < 4 &\Rightarrow 2^x < 4 \\ &\Rightarrow 2^x < 2^2 \\ &\Rightarrow x < 2 \end{aligned}$$

Basis ruas kanan dan kiri adalah 2, maka menggunakan sifat 1a

$$\begin{aligned} \text{Untuk } p > 8 &\Rightarrow 2^x > 8 \\ &\Rightarrow 2^x > 2^3 \\ &\Rightarrow x > 3 \end{aligned}$$

Basis ruas kanan dan kiri adalah 2, maka menggunakan sifat 1b

$$\therefore Hp = \{x | x < 2 \text{ atau } x > 3\}$$

8. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $6^{-2x} - 37 \cdot 6^{-x} + 36 \leq 0$!

Penyelesaian

$$\begin{aligned} 6^{-2x} - 37 \cdot 6^{-x} + 36 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow (6^{-x})^2 - 37 \cdot 6^{-x} + 36 &\leq 0 \end{aligned}$$

Misalkan $p = 6^{-x}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow p^2 - 37p + 36 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow (p-36)(p-1) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 1 \leq p &\leq 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Untuk } 1 \leq p &\Rightarrow 1 \leq 6^{-x} \\ &\Rightarrow 1 \leq \left(\frac{1}{6}\right)^x \\ &\Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^x \leq \left(\frac{1}{6}\right)^0 \\ &\Rightarrow -x \leq 0 \\ &\Rightarrow x \geq 0 \end{aligned}$$

Basis ruas kanan dan kiri adalah $\frac{1}{6}$, maka menggunakan sifat 2b



Untuk $p = 36 \Rightarrow 6 \leq 36$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{-}\right)^x \leq 36$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{-}\right)^x \leq \left(\frac{1}{-}\right)$$

$$\Rightarrow x \geq -1$$

$$\therefore Hp = \{x | x \geq -1 \text{ atau } x \geq -1\}$$

Basis ruas kanan dan kiri adalah $\frac{1}{6}$, maka menggunakan sifat 2b

