SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

REPASEMOS:

*Monomio: polinomio que consta de un solo termino

*Binomio: polinomio formado por la suma de dos términos o monomios.

*Trinomio: un polinomio formado por la suma de solo tres términos (tres monomios) de grados diferentes, se conoce como trinomio.

*Polinomio: está formado por la suma de más de tres términos.

PARA TENER EN CUENTA

Partes del polinomio

- ✓ **Términos:** los términos están formados por cada uno de los sumandos del polinomio.

Características de los polinomios

1.Coeficientes: los coeficientes del polinomio se constituyen por los elementos numéricos, estos están estableciendo operaciones de multiplicación con cada una de las variables que existen.

2. Termino independiente: término en el cual el exponente de la indeterminada (variable) es 0

3. Grado: el grado de un polinomio es el exponente de mayor valor que se puede distinguir entre las indeterminadas (variables) que tienen cada uno de los términos que forman parte del polinomio.

4. Indeterminada (variable): son los elementos indeterminados del polinomio, pueden ser 1, 2, 3 o más; pero usualmente se trabajan polinomios en máximo tres indeterminadas (variables).

SUMA DE POLINOMIOS

Para sumar los polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado se deben seguir los siguientes pasos:

- **Paso 1:** Verificar si los polinomios están ordenados, si no lo están se deben ordenar de forma descendente colocando el termino de mayor grado de primeras

Ejemplo: $Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$ $\quad P(x) = 2x^3 + 5x - 3$

$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ $\quad Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$

Se debe organizar el polinomio $Q(x)$ de manera descendente de la siguiente manera $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

- **Paso 2:** Hacer que los polinomios sean completos, para esto se debe agregar monomios con coeficientes 0 para poder seguir al paso 3

$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 0$ Para que este completo se debe agregar un término independiente

$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ esta incompleto

Se debe completar el polinomio $P(x) = 2x^3 + 0x^2 + 5x - 3$

- **Paso 3:** Agrupamos los monomios del mismo grado

Ejemplo:

$$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 0x^2 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x + 0)$$

$$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 2x^3) + (0x^2 - 3x^2) + (5x + 4x) + (0 - 3)$$

- **Paso 4:** Reducir términos

Ejemplo:

$$P(x) + Q(x) = (4x^3) + (-3x^2) + (9x) + (-3)$$

Finalmente $P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$

VEAMOS OTRO EJEMPLO

Suma horizontal

1. $Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1$ $\qquad$ $P(x) = x^3 - x^2 + 5x - 2$

$Q(x) + P(x) = (x^4 - 3x^2 + x + 1) + (x^3 - x^2 + 5x - 2)$

2. $Q(x) + P(x) = (x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1) + (0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2$

$Q(x) + P(x) = (x^4 - 3x^2 + x + 1) + (x^3 - x^2 + 5x - 2)$

$$Q(x) + P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1$$

Suma vertical

1. $Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1$ $\qquad$ $P(x) = x^3 - x^2 + 5x - 2$

2. $Q(x) + P(x) = (x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1) + (0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2)$

3. $$\begin{array}{r} (x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1) \\ (0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2) \\ \hline x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1 \end{array}$$

$$Q(x) + P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1$$

RESTA DE POLINOMIOS

Para restar los polinomios se debe recordar la definición de resta donde $a - b = a + (-b)$ esto significa que en la resta de números reales al minuendo se le suma el inverso aditivo del sustraendo.

$$a - b$$

Minuendo sustraendo

La resta de polinomios consiste en sumar al minuendo el opuesto del sustraendo.

- **Paso 1:** encontrar el inverso aditivo del sustraendo

Ejemplo: $Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$ $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$

$$P(x) - Q(x)$$

Polinomio	Inverso aditivo
$4x - 3x^2 + 2x^3$	$-(4x - 3x^2 + 2x^3) = -4x + 3x^2 - 2x^3$

- **Paso 2:** colocar los polinomios en forma vertical para realizar la operación

$$P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 4x + 3x^2 - 2x^3$$

- **Paso 3:** Agrupamos los monomios del mismo grado

$$P(x) + Q(x) = (2x^3 - 2x^3) + (3x^2) + (5x - 4x) - (3)$$

- **Paso 4:** Reducir términos

$$P(x) - Q(x) = 3x^2 + x - 3$$

MIREMOS OTRO EJEMPLO

Resta de forma horizontal

$P(x) = \ 7x^4+4x^2 + \ 7x + 2 \qquad Q(x) = \ 6x^3 + \ 8x + 3$

$$P(x) - Q(x)$$

Polinomio	Inverso aditivo
$6x^3 + \ 8x + 3$	-$(6x^3 + \ 8x + 3) = \ -6x^3 - 8x - 3$

$$P(x) - Q(x) = 7x^4+4x^2 + \ 7x + 2-6x^3 - 8x - 3$$

$$P(x) - Q(x) = (7x^4) + (-6x^3)+4x^2 + (7x - 8x) + (2 - 3)$$

$$P(x) - Q(x) = 7x^4-6x^3 \ +4x^2 - x - 1$$

Resta de forma vertical

$P(x) = \ 7x^4+4x^2 + \ 7x + 2 \qquad Q(x) = \ 6x^3 + \ 8x + 3$

$$P(x) - Q(x)$$

Polinomio	Inverso aditivo
$6x^3 + \ 8x + 3$	-$(6x^3 + \ 8x + 3) = \ -6x^3 - 8x - 3$

$$\begin{array}{rl} & (7x^4 + 0x^3 + 4x^2 + 7x + 2) \\ + & (0x^4 - 6x^3 + 0x^2 - 8x - 3) \\ \hline & 7x^4-6x^3 \ +4x^2 - x - 1 \end{array}$$

AHORA PRACTIQUEMOS UN POCO

1. $\mathrm{P(x) + Q(x)}$ $\qquad$ $\mathrm{P(x)} = (a^3 - 2a^2\mathrm{b} + 5ab^2 - b^3)$

$$\mathrm{Q(x)} = (3a^2\mathrm{b} - 8b^2 + 3b^3)$$

a) $(a^3 + a^2\mathrm{b} - 3ab^2 + 4b^3)$
b) $(a^3 + a^2\mathrm{b} + 5ab^2 - 8b^2 + 2b^3)$
c) $(2a^3 + 2a^2\mathrm{b} + ab^2 - 6b^2 + b^3)$
d) $(2a^3 + 2a^2\mathrm{b} + ab^2 - 6b^2 + b^3)$

2.

$$\frac{3}{4}x^2 - 3xy + y^2, \qquad \frac{7}{3}xy - \frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{4}y^2$$

♦ $2x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{3}{4}y^2$	♣ $\frac{11}{20}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{3}{4}y^2$
♠ $\frac{11}{20}x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{3}{4}y^2$	♥ $-2x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{3}{4}y^2$

A) ♥ corazón
B) ♣ trébol
C) ♠ espada
D) ♦ diamante

3. $\mathrm{P(x) - Q(x)}$ $\qquad$ $\mathrm{P(x)} = (4a^3 + 12a^2\mathrm{b} + 10ab^2 - 4b^3)$

$$\mathrm{Q(x)} = (2a^3 + 6a^2\mathrm{b} - 20ab^2 - 8b^3)$$

a) $(2a^3 + 6a^2\mathrm{b} + 30ab^2 + 4b^3)$
b) $(a^3 + 10a^2\mathrm{b} - 30ab^2 - 8b^2 + 2b^3)$
c) $(2a^3 - 6a^2\mathrm{b} + 10ab^2 - 4b^3)$
d) $(2a^3 + 2a^2\mathrm{b} + ab^2 - 6b^2 + b^3)$

4.

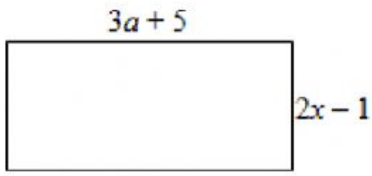
$$minuendo \quad \frac{1}{3}a^3 - 3ab + \frac{1}{6}b^3$$

$$sustraendo \quad -2ab - \frac{1}{5}a^3 + \frac{1}{4}b^3$$

♦ $\frac{1}{8}a^3 - ab - \frac{1}{12}$	♣ $-\frac{8}{15}a^3 + ab + \frac{1}{12}$
♠ $-\frac{1}{8}a^3 + ab + \frac{1}{12}$	♥ $\frac{8}{15}a^3 - ab - \frac{1}{12}$

A) ♦ diamante
B) ♣ trébol
C) ♥ corazón
D) ♠ espada

5. ¿ cuál es el perímetro de la siguiente figura?



a. $6a - 4x + 8$
b. $12a + 8x + 4$
c. $7a - 2x + 6$
d. $8a - 10x + 9$