

오늘 수업도 수행평가와 연계됩니다.

정사영의 길이와 넓이 구하기 ① 직선

선분 AB의 평면 α 위로의 정

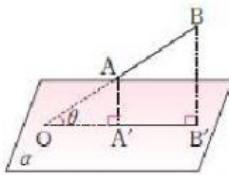
사영을 선분 A'B'이라 하고,

직선 AB와 평면 α 가 이루는

각의 크기를 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)

라고 하면

$$\overline{A'B'} = \overline{AB} \quad \boxed{\theta}$$



[문제1]

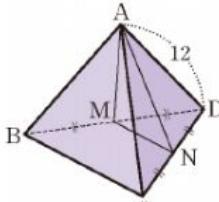
오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12인 정사면체 ABCD에서 두 모서리 BD, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 사각형 BCNM의 평면 AMN 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.

(풀이)

① 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하고, \overline{MN} 의 중점을 K라 하면 이면각 $\theta = \angle \boxed{\quad}$

$$\textcircled{2} \cos \theta = \frac{\sqrt{\boxed{\quad}}}{\boxed{\quad}}, \quad \square BCNM = \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}$$

$$\textcircled{3} \text{ 답 : } \boxed{\quad} + \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}$$



정사영의 길이와 넓이 구하기 ② 도형

평면 β 위의 도형의 넓이를 S ,

이 도형의 평면 α 위로의 정사

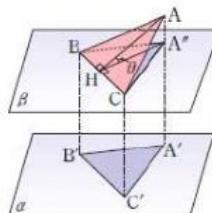
영의 넓이를 S' 이라고 할 때,

두 평면 α, β 가 이루는 각의 크

기를 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)라고 하면

$$S' = \triangle A'B'C' = \triangle A''BC$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{A''H} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} \cos \theta = S \cos \theta$$



$$\boxed{\theta}$$

[문제3]

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름

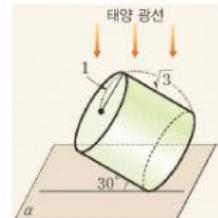
의 길이가 1이고 높이가 $\sqrt{3}$ 인 원

기둥이 평면 α 와 30° 의 각을 이루

고 있다. 태양 광선이 평면 α 에 수

직인 방향으로 비출 때, 평면 α 에

생기는 원기둥의 그림자의 넓이를 구해보자.



(풀이)

태양광선에 생기는 그림자가 밑면의 중심을 기준으로 3개로 구분지어진다.

① 넓이 $\boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}$ 인 직사각형 : 밑면과 이루는 각 $\boxed{\quad}^\circ$

② 반지름이 $\boxed{\quad}$ 인 반원 2개 : 밑면과 이루는 각 $\boxed{\quad}^\circ$

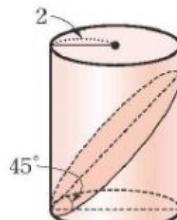
$$\text{답 : } \boxed{\quad} + \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \pi$$

[문제4]

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지

름의 길이가 2인 원기둥을 밑면과

45° 의 각을 이루는 평면으로 자를 때 생기는 타원의 넓이를 구하시오.



(풀이)

구하려는 넓이 S

$$S \times \cos \boxed{\quad}^\circ = \boxed{\quad} \pi$$

$$\text{답 : } \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}} \pi$$

[문제12]

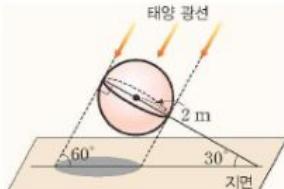


아래 그림과 같이 태양 광선과 수직이고 풍선의 중심을 지나는 평면이 지면과 이루는 각의 크기는 30° 이다. 그림자의 넓이를 $S m^2$ 라 하면

$$S \cos \boxed{\quad}^\circ = \boxed{\quad} \pi$$

구하는 그림자의 넓이 :

$$\boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}} \pi$$



1. 정사면체 탐구하기

다음과 같이 한 변의 길이가 4인 정사면체에 대하여 다음 물음에 답해봅시다.

(1) 정사면체에서 두 면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$

① 평면 ABC와 평면 BCD의

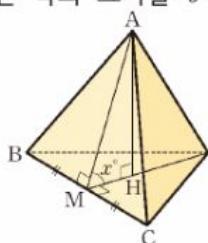
교선 :

② 교선에 수직인 직선

: ,

③ 이면각 : \angle

④ $\cos\theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$



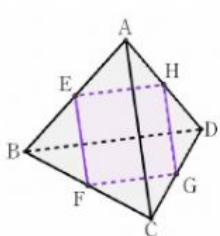
(3) 삼각형 ABC의 평면 EFGH 위로의 정사영의 넓이

① $\triangle ABC$ 의 넓이 : $\sqrt{\square}$

② (2)에 의해 삼각형 ABC와 평면 EFGH 사이의 이면각 θ 에 대해

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$$

③ 구하는 도형의 넓이 :



(2) 선분 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 E, F, G, H라 할 때, 평면 EFGH와 평면 BCD사이의 이면각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

① 평면 EFGH와 평면 BCD의 교선

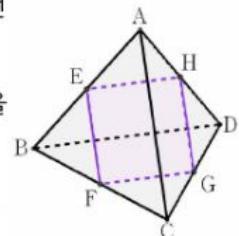
:

② 점 E에서 BD에 내린 수선의 발을 K라 할 때, 이면각

: \angle

③ $\overline{EF} = \sqrt{\square}$, $\overline{FK} = \sqrt{\square}$

$$\text{④ } \cos\theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$$



2. 정육면체 탐구하기

다음과 같이 한변의 길이가 6인 정육면체가 있을 때 다음 물음에 답하시오.

(1) 선분 AD, FG의 중점을 각각 I, J라 할 때, 평면 BJHI와 평면 EFGH사이의 이면각을 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

(풀이) 정사영 이용하기

① $\square BIJH$ 의 평면 EFGH 위로의 정사영의 넓이 :

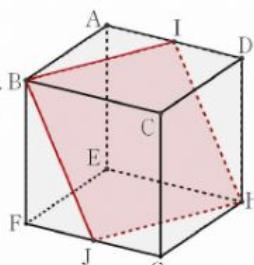
의 정사영 :

② $\square BIJH$ 는 이므로

$$\text{넓이} = \sqrt{\square} \times \sqrt{\square}$$

③ 선분 EH의 중점을 L이라 하면 $\square FJHL$ 의 넓이 =

④ $\cos\theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$



(2) 선분 AB, AD의 중점을 각각 K, I라 할 때, 사각형 ABCD의 평면 KFHI 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.

(풀이)

① 평면 ABCD는 평면 EFGH와 평행하므로 이 평면과 평면 KFHI 사이의 이면각을 구하면 된다.

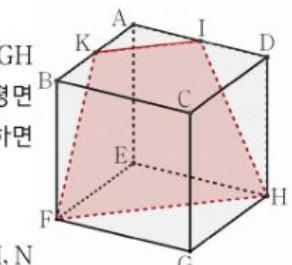
두 평면 사이의 교선 :

② $\overline{KI}, \overline{FH}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하고, M에서 평면 EFGH에 내린 수선의 발을 J라 하면 이면각 : \angle

$$\text{③ } \overline{MJ} = \sqrt{\square}, \overline{JN} = \frac{\sqrt{\square}}{\square} \text{ 이므로 } \overline{MN} = \sqrt{\square}$$

$$\text{④ 즉, } \cos\theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$$

$$\text{⑤ 구하려는 정사영의 넓이} = \frac{\sqrt{\square}}{\square} \sqrt{\square}$$



[문제5]

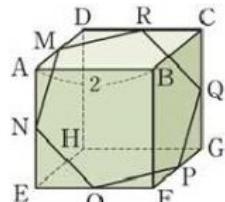
오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에서 6개의 모서리 AD, AE, EF, FG, GC, CD의 중점을 각각 M, N, O, P, Q, R라고 하자. 평면 MNOPQR와 평면 ABCD가 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

$$\textcircled{1} \quad \overline{MR} = \sqrt{\boxed{\quad}}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{육각형 } MNOPQR \text{의 넓이} : \sqrt{\boxed{\quad}} / \boxed{\quad}$$

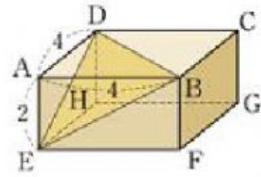
$$\textcircled{3} \quad \text{육각형 } MNOPQR \text{의 평면 } ABCD \text{의 정사영의 넓이} = \boxed{\quad}$$

$$\textcircled{4} \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\quad}}}{\boxed{\quad}}$$



[문제6]

오른쪽 직육면체에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$, $\overline{AE} = 2$ 이다. 평면 ABCD와 평면 BDE가 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하시오.



$$\textcircled{1} \quad \text{평면 } ABCD \text{와 평면 } BDE \text{의 교선} : \boxed{\quad}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{선분 } BD \text{의 중점을 } M \text{이라 하면 } \boxed{\quad}, \boxed{\quad} \text{이 교선에 수직}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{이면각} : \angle \boxed{\quad}$$

$$\textcircled{4} \quad \overline{MA} = \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}} \\ \overline{ME} = \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}$$

$$\textcircled{5} \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\quad}}}{\boxed{\quad}}$$