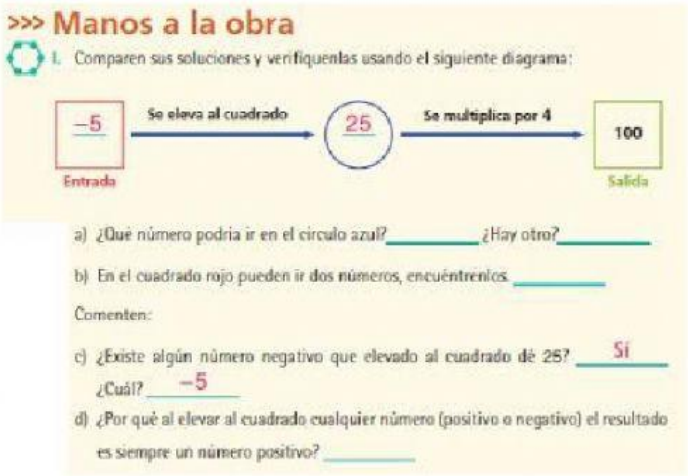
Ecuaciones cuadráticas: Operaciones inversas

Esta semana encontrarás una gran variedad de problemas que no se pueden resolver con ecuaciones lineales, sino que requieren un nuevo tipo de ecuaciones.

En Matemáticas I y II aprendiste a resolver problemas y ecuaciones lineales con una incógnita y con dos. Algunas de esas ecuaciones tienen sólo una solución, por ejemplo: **2x + 3 = 8.**
Otras tienen una infinidad de soluciones, tal como: **x + y = 10.**
En esta secuencia estudiarás algunos problemas que pueden resolverse con ecuaciones que tienen dos soluciones, una solución o ninguna solución.

EL NÚMERO SECRETO

I. Resuelve el acertijo:
Pensé un número y lo elevé al cuadrado. Al resultado lo multipliqué por 4 y al final obtuve 100. Si no pensé en el 5, ¿de qué número se trata? _____


>>> Manos a la obra

1. Comparen sus soluciones y verifíquenlas usando el siguiente diagrama:

−5 (Entrada) → Se eleva al cuadrado → 25 → Se multiplica por 4 → 100 (Salida)

a) ¿Qué número podría ir en el círculo azul? _____ ¿Hay otro? _____

b) En el cuadrado rojo pueden ir dos números, encuéntrenlos. _____

Comenten:

c) ¿Existe algún número negativo que elevado al cuadrado dé 25? Sí
¿Cuál? −5

d) ¿Por qué al elevar al cuadrado cualquier número (positivo o negativo) el resultado es siempre un número positivo? _____

II. El producto de dos números enteros consecutivos es 552.(Coloca primero el número de menor valor) y recuerda que los números consecutivos son los números que siguen uno al otro, sin saltarse alguno ejemplo: 3 y 4 ó 5 y 6.

¿Cuáles son esos números? _____ **y** _____

a) Para resolver este tipo de problemas es necesario, frecuentemente, encontrar la ecuación primero la ecuación correspondiente. Si se representa con la letra x el número menor de los dos, ¿cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al problema anterior? Elige la opción correcta

a) $(x)(x) = 552$

b) $(x)(552) = y$

c) $(x)(x + 1) = 552$

d) $(x)(x) + 1 = 552$

e) $x^2 + 1 = 552$

III. Se tiene el siguiente acertijo: a tres veces el cuadrado de un número se le sumó 8. Como resultado se obtuvo 83.
Si el número se representa con la letra x, ¿cuál de las siguientes es la ecuación que corresponde al acertijo? Elige la opción correcta.

a) $(3 + x)^2 + 8 = 83$

b) $3x^2 + 8 = 83$

c) $(3)(x^2)(8) = 83$

La ecuación que corresponde al acertijo tiene dos posibles soluciones.
a) Encuentra las dos soluciones de la ecuación que subrayaste: _____ y _____

b) Verifica las soluciones realizando con cada una de ellas las operaciones que se indican en el acertijo.

>>> A lo que llegamos

Una **ecuación cuadrática** es una ecuación en la cual hay un término que tiene la incógnita elevada al cuadrado. Por ejemplo, las siguientes son ecuaciones cuadráticas:

$2x^2 = 18$ — Término cuadrático

$x^2 + 3x - 2 = 0$ — Término cuadrático

$x(x + 3) = -9$ — Producto que da un término cuadrático

Las ecuaciones cuadráticas pueden tener **dos soluciones**. Por ejemplo: $2x^2 = 18$, tiene dos soluciones: +3 y –3, porque al sustituir estos valores en la ecuación y efectuar las operaciones se obtiene 18.

Ecuación:	$2x^2 = 18$
Para $x = +3$:	$2(+3)^2 = 2(+9) = 18$
Para $x = -3$:	$2(-3)^2 = 2(+9) = 18$

LO QUE APRENDIMOS DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

Resuelve los siguientes problemas. Verifica las soluciones que obtengas.

1. El cuadrado de un número más 3 es igual a 84.
El número puede ser _____ o _____

2. Pedro pensó un número, lo elevó al cuadrado, al resultado le sumó 5 y obtuvo 1.

a) ¿Por qué crees que Pedro se equivocó al hacer alguna de las dos operaciones? _____

b) Si Pedro pensó en el –2, ¿cuánto debió obtener de resultado? _____

c) Si Pedro pensó en el +2, ¿cuánto debió obtener de resultado? _____

d) ¿Hay algún número que elevado al cuadrado sea igual a –4? _____ ¿Cuál? _____

3. El largo de un terreno rectangular mide el doble del ancho. El terreno tiene 162 m^2 de área.

a) Encuentra una ecuación que exprese el problema anterior. _____
Usa la letra **x** para representar al ancho.

b) ¿Cuánto mide de ancho? _____

c) ¿Cuánto mide de largo? _____