

ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

I. SUPERFICIE

Es aquello que limita a un cuerpo del resto del espacio, y puede ser plana, curva o una combinación de ambas.

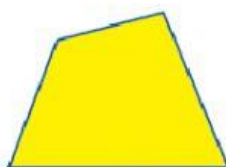
II. REGIÓN

Es la porción de una superficie limitada por una línea cerrada llamada frontera o perímetro, y se le denomina de acuerdo con su forma.

Ejemplos:



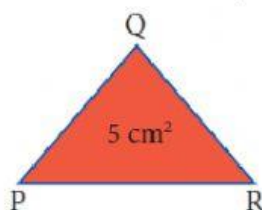
Región triangular



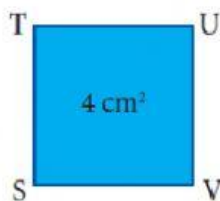
Región cuadrangular

III. ÁREA

Es la medida de la región, y se expresa por un número real positivo, acompañado de unidades cuadráticas. Por ejemplo:



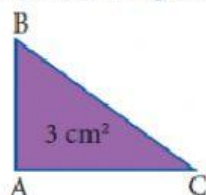
Área de la región triangular PQR igual a 5 cm^2



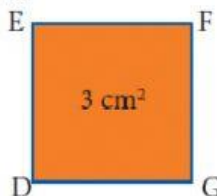
Área de la región cuadrangular STUV igual a 4 cm^2

IV. REGIONES EQUIVALENTES

Dos o más regiones son equivalentes si tienen igual área, sin importar la forma.

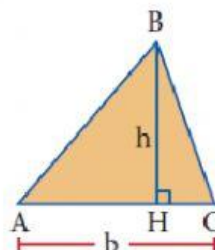


La región triangular ABC es equivalente a la región cuadrangular DEFG



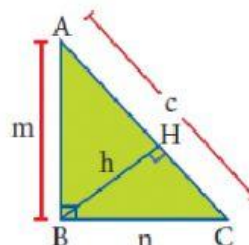
V. CÁLCULO DEL ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR

1. Fórmula básica



$$A_{\triangle ABC} = \frac{b \times h}{2}$$

$\overline{AC}$: base (b) ; $\overline{BH}$: altura (h)



$$A_{\triangle ABC} = \frac{m \times n}{2}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{c \times h}{2}$$

$\overline{AB}$: cateto (m)

$\overline{BC}$: cateto (n)

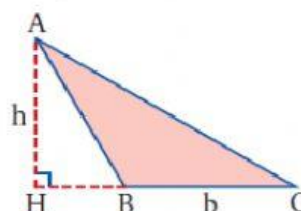
$\overline{AC}$: hipotenusa (c)

$\overline{BH}$: altura (h)

2. Fórmula para un triángulo obtusángulo

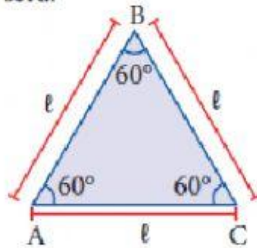
Sea el triángulo obtusángulo ABC donde el ángulo ABC es obtuso. Si se toma como base a $\overline{BC}$ ($BC = b$), entonces la altura relativa a $\overline{BC}$ será $\overline{AH}$, donde $AH = h$.

Luego, tenemos:



$$A_{\triangle ABC} = \frac{b \times h}{2}$$

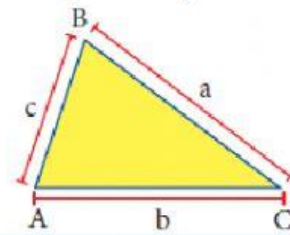
3. Fórmula para un triángulo equilátero de lado igual a ℓ .
Sea el triángulo equilátero donde la longitud de su lado es ℓ . El área de la región triangular será:



$$A_{\Delta ABC} = \frac{\ell \sqrt{3}}{4}$$

4. Fórmula de Herón
Sea el triángulo ABC cuyos lados tienen por medida a , b , c .

El área de la región triangular ABC será:



$$A_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Donde «p» es el semiperímetro:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Trabajando en clase

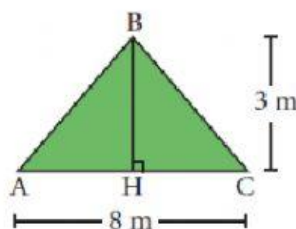
Integral

1. Calcula el área de la región triangular ABC.

$$A_{\Delta ABC} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{3\text{ m} \times 8\text{ m}}{2}$$

$$A_{\Delta} = 12\text{ m}^2$$

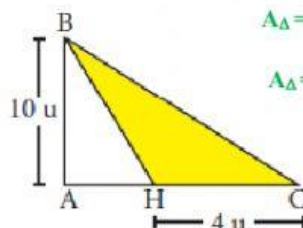


2. Calcula el área de la región sombreada.

$$A_{\Delta ABC} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{4\text{ u} \times 10\text{ u}}{2}$$

$$A_{\Delta} = 20\text{ u}^2$$

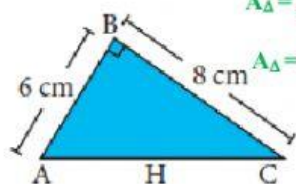


3. Calcula el área de la región sombreada.

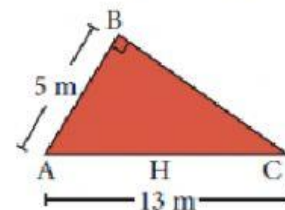
$$A_{\Delta ABC} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{6\text{ cm} \times 8\text{ cm}}{2}$$

$$A_{\Delta} = 24\text{ cm}^2$$

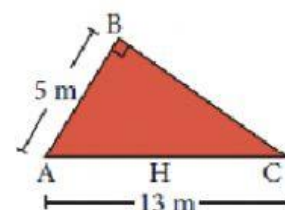


4. Calcula el área de la región triangular ABC.



Resolución:

En la figura:



Por el teorema de Pitágoras.

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Reemplazando:

$$5^2 + x^2 = 13^2$$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

Luego, $x = 12\text{ m}$

Ahora el área de la  ABC es:

$$5\text{ m} \cdot 12\text{ m}$$

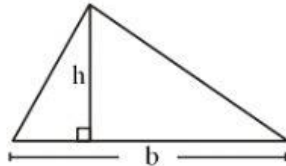
$$\therefore 60\text{ m}^2$$

Ejercicios de aplicación

1. Calcular el área que encierra el triángulo cuya base mide 12 m y su altura 15 m.

$$A_{\Delta} = \quad \text{m}^2$$

2. Calcular el área que encierra el triángulo mostrado, si: $b = 8 \text{ m}$ y $h = 24 \text{ m}$.



$$A_{\Delta} = \quad \text{m}^2$$

3. Hallar el área que encierra el triángulo cuya base y altura suman 18 cm y se diferencian en 2 cm.

$$b = \quad \text{cm}$$

$$h = \quad \text{cm}$$

$$A_{\Delta} = \quad \text{cm}^2$$

4. Hallar el área que encierra el triángulo equilátero cuyo perímetro es 36 cm.

$$\ell = \quad \text{cm}$$

$$A_{\Delta} = \quad \sqrt{\quad} \text{ cm}^2$$

5. Calcular el área que encierra el triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 cm y 35 cm.

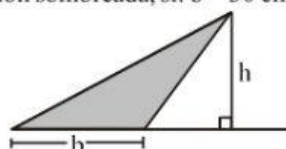
$$A_{\Delta} = \quad \text{cm}^2$$

6. Hallar el área que encierra el triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 15 cm y un cateto mide 9 cm.

$$A_{\Delta} = \quad \text{cm}^2$$

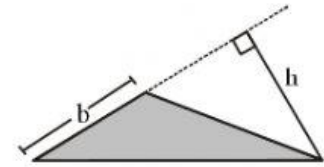
7. Hallar el área de la región sombreada, si: $b = 30 \text{ cm}$ y $h = 25 \text{ cm}$.

$$A_{\Delta} = \quad \text{cm}^2$$



8. Hallar el área de la región sombreada, si: $b = 19 \text{ cm}$ y $h = 26 \text{ cm}$.

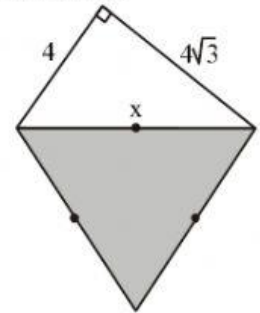
$$A_{\Delta} = \quad \text{cm}^2$$



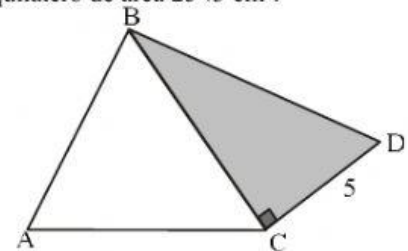
9. Hallar el área de la región sombreada:

$$x =$$

$$A_{\Delta} = \quad \sqrt{\quad}$$



10. Calcular el área de la región sombreada, si ABC es un triángulo equilátero de área $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$.



$$A_{\Delta ABC} = \quad \text{cm}^2$$

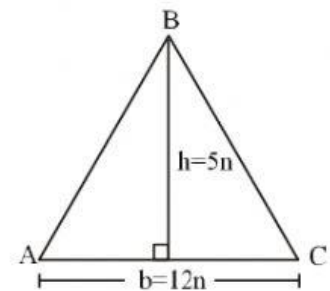
11. Hallar el área de la región triangular ABC, si: $b + h = 51$.

$$n =$$

$$b =$$

$$h =$$

$$A_{\Delta} =$$



12. Hallar el área de la región triangular PQR, si: $b + h = 28 \text{ cm}$.

$$n =$$

$$b =$$

$$h =$$

$$A_{\Delta} =$$

