

Factorización II

MÉTODO DE LAS IDENTIDADES

Este método se basa en los productos notables, es decir: si se nos proporciona un polinomio cuya forma conocemos, podemos escribir la multiplicación indicada de factores que le dio origen.

¿Sabías que?

Los signos (+); (-) en el Siglo XVII para representarlos se usaban las letras P de plus para la suma y M de minus para la resta respectivamente.

A. DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Factorizar:

➔ $9x^2 - 16$

Solución:

Extraemos la raíz cuadrada a ambos términos.

$$\sqrt{9x^2} = \sqrt{9} \sqrt{x^2} = 3x$$

$$\sqrt{16} = 4$$

La expresión factorizada será:

$$9x^2 - 16 = (3x + 4)(3x - 4)$$

Factorizar:

➔ $E = 16x^4 - 81$

Solución:

Escribiendo la diferencia de cuadrados dada como la suma por la diferencia de sus cuadrados.

$$E = 16x^4 - 81$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt{} & \sqrt{} \\ \downarrow & \downarrow \\ 4x^2 & 9 \end{array}$$

$$E = (4x^2 + 9)(4x^2 - 9)$$

Recuerda que:

Al extraer raíz cuadrada de variables, aplicamos exponente fraccionario es decir:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Por ejemplo:

$$\sqrt{x^8} = x^{8/2} = x^4$$



El primer factor $(4x^2 + 9)$ es primo; el segundo factor obtenido $(4x^2 - 9)$ no lo es:

$$E = (4x^2 + 9)(4x^2 - 9)$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt{} & \sqrt{} \\ 2x & 3 \end{array}$$

$$E = (4x^2 + 9)(2x + 3)(2x - 3)$$

A. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

Factorizar:

$$M = 4x^2 + 12x + 9$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt{} & \sqrt{} \\ 2x & 3 \end{array}$$

$$2(2x)(3)$$

El polinomio M factorizado se escribe como el cuadrado de la suma de las raíces.

$$M = (2x + 3)^2$$

Cuidado:

La expresión $(2x + 3)^2$ equivale a escribir:
 $(2x + 3)(2x + 3)$

Factorizar:

$$N = x^2 + 10xy + 25y^2$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt{} & \sqrt{} \\ x & 5y \end{array}$$

$$2(x)(5y)$$

$$N = (x + 5y)^2$$

Factorizar:

$$P = m^{16} - 2m^8t^2 + t^4$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt{} & \sqrt{} \\ m^8 & t^2 \end{array}$$

$$2(m^8)(t^2)$$

Si el doble producto de las raíces de los extremos es negativo. La expresión factorizada es el cuadrado de la diferencia de las raíces.

$$P = (m^8 - t^2)^2$$

B. SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Factorizar:

$$E = a^6 + 125$$

Solución:

- Raíz cúbica del 1º Término

$$\sqrt[3]{a^6} = a^{6/3} = a^2$$

- Raíz cúbica del 2º Término

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

- La suma de estas dos raíces cúbicas constituyen el primer factor buscado.

$$E = a^6 + 125 = (a^2 + 5)(+)$$

- El factor trinomio se calcula así:

- Los términos extremos son los cuadrados de los términos del factor binomio.

$$E = a^6 + 125 = (a^2 + 5)(a^4 + 25)$$

- El término central es el producto de los términos del factor binomio con el signo cambiado.

$$E = (a^2 + 5)(a^4 - 5a^2 + 25)$$

Factorizar:

$$F = 27x^9 - 8y^6$$

Solución:

- Raíz cúbica del 1º término.

$$\sqrt[3]{27x^9} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{x^9} = 3x^3$$

- Raíz cúbica del 2º término.

$$\sqrt[3]{8y^6} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{y^6} = 2y^2$$

$$E = (3x^3 - 2y^2)(9x^6 + 6x^3y^2 + 4y^4)$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN**Factoriza:**

1. $a^4 - b^2 = (\quad) (\quad)$

2. $25x^2 - 9y^2 = (\quad) (\quad)$

3. $x^2 + 12x + 36 = (\quad)^2$

4. $49a^2 - 28a + 4 = (\quad)^2$

5. $x^2 - 10xy + 25y^2 = (\quad)^2$

6. $m^2 + 14mn + 49n^2 = (\quad)^2$

7. $8y^3 + 1 = (\quad + \quad) (\quad^2 - \quad + \quad^2)$

8. $x^3y^3 + 8 = (\quad + \quad) (\quad^2 \quad^2 - \quad + \quad^2)$

9. $m^3 - r^3 = (\quad - \quad) (\quad^2 + \quad + \quad^2)$

MÉTODO ASPA SIMPLE

Si un polinomio no tiene las características de un trinomio cuadrado perfecto entonces podría ser factorizado por aspa simple.

Factorizar:

$$6x^2 + 11x + 4$$

- Descomponemos el término $6x^2$ en dos factores que multiplicados nos permitan volver a obtener $6x^2$.
- Descomponemos el término 4 en dos factores que multiplicados nos permitan volver a obtener 4.

Es decir:

$$\begin{array}{rcl} 6x^2 & + & 11x & + & 4 \\ 3x & & & & 4 \\ 2x & & & & 1 \end{array}$$

- Hallamos la suma de los productos en aspa de los cuatro términos hallados:

$$\begin{array}{rcl} 6x^2 & + & 11x & + & 4 \\ 3x & \swarrow & & \searrow & 4 \rightarrow 8x \\ 2x & \swarrow & & \searrow & 1 \rightarrow 3x \\ & & & & 11x \end{array}$$

Recuerda que:



Factorizar un polinomio es transformarlo en una multiplicación indicada de factores primos.

¿Sabías que?



El máximo número de factores primos a obtenerse en una factorización es dado por el grado absoluto del polinomio.

Como la suma coincide con el término central tomamos los factores en forma horizontal.

Es decir:

$$6x^2 + 11x + 4 = (3x + 4)(2x + 1)$$

$$3x \longrightarrow 4$$

$$2x \longrightarrow 1$$

Factorizar:

$$N = 18x^4 + 5 + 21x^2$$

Ordenando el polinomio:

$$N = 18x^4 + 21x^2 + 5$$

Descomponemos los términos extremos:

$$N = 18x^4 + 21x^2 + 5$$

$$\begin{array}{ccc} 6x^2 & \nearrow & +5 \\ 3x^2 & \searrow & +1 \end{array}$$

$$N = (6x^2 + 5)(3x^2 + 1)$$

Factorizar:

$$R = 100x^2 + 91xy + 12y^2$$

Cuando los términos extremos tengan muchos divisores es preferible colocar todas las posibilidades.

$$R = 100x^2 + 91xy + 12y^2$$

$$\begin{array}{ccccc} 25 & 10 & 20 & 50 & 100 \\ 4 & 10 & 5 & 2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 6 & 4 & 12 \\ 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$R = (25x + 4y)(4y + 3y)$$

Observación:



□ $6x^2$ se puede escribir así: $(6x)(x)$

□ 4 se puede escribir así: $(+2)(+2)$

Pero ello no verifica el término central.

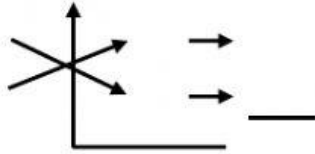


Si el polinomio es de una sola variable, entonces debe estar ordenado en cuanto a los exponentes de dicha variable, este orden puede ser ascendente o descendente.

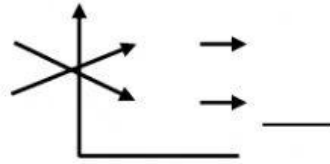
EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Factorizar:

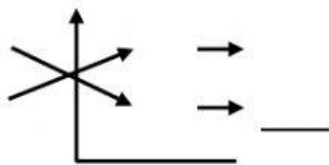
1. $x^2 + 9x + 20 = (\quad)(\quad)$



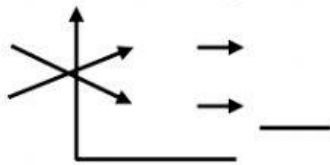
2. $a^2 + 12a + 32 = (\quad)(\quad)$



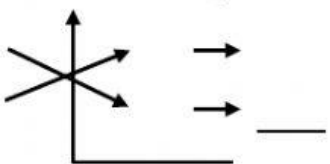
3. $a^2 - 7a + 12 = (\quad)(\quad)$



4. $b^2 - 11b + 18 = (\quad)(\quad)$



5. $z^2 - 6z - 27 = (\quad)(\quad)$



6. $y^2 - 10y + 21 = (\quad)(\quad)$

