

Factorización I

Es el proceso que consiste en transformar un polinomio racional entero en una multiplicación de dos o mas polinomios de grados mayores o iguales a uno, llamado factores:

$$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$$

multiplicación
factorización

Y si estos factores no se pueden descomponer en más factores se les denomina factores primos.

Ejemplo ①

Factorizando $P(x) = x^2 - 5x - 14$
 $P(x) = (x - 7)(x + 2)$

Tiene 2 factores primos son: $x - 7$; $x + 2$

Ejemplo ②

Factorizando $Q(x, y) = x^4y^3 - x^2y^5$
 $Q(x, y) = x^2y^3(x^2 - y^2)$
Factorizando
 $x^2y^3(x - y)(x + y)$

Tiene 4 factores primos son: x ; y ; $(x - y)$; $(x + y)$

Completa el Cuadro

POLINOMIO FACTORIZADO	# DE FACTORES PRIMOS
$P(x, y, z) = (x + y)(x - y)z^2x^3$	
$P(x, y, z) = x^2y^3w^5$	
$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)x^4$	
$P(x) = (x - 2)(x + 3)(x - 4)x$	
$P(x, y) = x^3y^4(x - 2)(x - y)$	
$P(x, y, z) = (xyz)^2$	
$P(x) = x^3(x^4 + 1)$	
$P(x, y, z) = (x + y)(x + y)(y + z)xyz$	
$P(x, y) = (x + a)(y + b)(x + b)(y + a)$	

MÉTODO DE FACTORIZACIÓN

A. FACTOR COMÚN MONOMIO

Factor común monomio es el monomio cuyo coeficiente es el máximo común divisor de los coeficientes del polinomio dado y cuya parte variable esta formada por las variables comunes con su menor exponente.

Ejemplo ①

- Factorizar:

$$25x^4 - 30x^3 + 5x^2$$

Se halla el máximo común divisor de los coeficientes M.C.D. (25; 30; 5) = 5

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 30 & 5 \\ 5 & 1 \end{array}$$

Se sacan las variables comunes de todos los términos.

$$\begin{array}{c} x^4 \quad x^3 \quad x^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x^2 \end{array}$$

Se escoge el que tiene menor exponente.

Se multiplica el M.C.D. por la variable común.

$$5x^2$$

La factorización queda así:

$$5x^2(5x^2 - 6x + 1)$$

Completa el Cuadro

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN MONOMIO COMÚN
$P(x, y) = 15x + 25y$	(+)
$P(x) = abx^2 - acx$	(-)
$P(x) = 2x^2 - 4x + 6x^3$	(- +)
$P(x, y) = x^2y^3 - x^4y + x^3y^3$	² (² - ² + ²)

$P(x) = abx^2 - ax^3 + bx^2$	$^2(\quad - \quad + \quad)$
$P(x, y) = x^4 - x^3 + x$	$(\quad - \quad + \quad)$
$P(x) = 2x^n + x^{n+1} + x^{n+2}$	$^n(\quad + \quad + \quad ^2)$
$P(x) = 3x^n + 6x^{n-2} - 12x^{n-1}$	$^{n-2}(\quad + \quad - \quad)$

A. FACTOR COMÚN POLINOMIO

Factor común polinomio es un polinomio que se repite como factor en cada uno de los términos de un polinomio.

Ejemplo ①

$$P(x) = 2x^2y(m+n) - 3z^4(m+n) + 5(m+n)$$

Observa que un polinomio $(m+n)$ se repite en todos los términos. El cual lo extraemos y queda:

$$(m+n)(2x^2y - 3z^4 + 5)$$

Ejemplo ②

$$P(x, y) = (x^2 + y^2)x - (x^2 + y^2)y - 2(x^2 + y^2)$$

El polinomio que se repite es: $x^2 + y^2$

Queda:

$$(x^2 + y^2)(x - y - 2)$$

Completa

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN POLINOMIO COMÚN
$(a-2)x^2 - (a-2)$	$(\quad - \quad)(\quad - \quad)$
$y^2(x+y-z) + m^2(x+y-z)$	$(\quad)(\quad + \quad)$
$x^4(2a-5b) + x(2a-5b) - 5(2a-5b)$	$(\quad - \quad)(\quad ^4 + \quad - \quad)$
$a(p+q) + b(p+q) + c(p+q)$	$(\quad + \quad)(\quad)$
$a(a+b-c) + c(a+b-c) + b(a+b-c)$	$(\quad)(\quad)$

B. FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Cuando TODOS los términos de un polinomio no tienen la misma parte variable, se agrupa los términos que si lo tienen y se hallan los respectivos factores comunes.

Ejemplo ①

$$a^2x + 5m^2x - a^2y^2 - 5m^2y^2$$



Observa que en todos los términos no hay expresión común:

$$a^2x + 5m^2x - a^2y^2 - 5m^2y^2$$

Para factorizar se agrupa los que tenga parte variable común. Entonces:

$$\begin{array}{ccc} \text{Por monomio común} & \begin{array}{c} \overbrace{a^2x + 5m^2x}^{\text{Tienen común } x} \\ \overbrace{-a^2y^2 - 5m^2y^2}^{\text{Tienen común } y^2 \text{ y se puede sacar el } (-)} \end{array} & \text{Por monomio común} \\ & \downarrow & \\ & x(a^2 + 5m^2) - y^2(a^2 + 5m^2) & \\ & \downarrow & \\ & (a^2 + 5m^2)(x - y^2) & \end{array}$$



Ejemplo ②

$$\begin{array}{ccc} \text{Monomio Común} & \begin{array}{c} \overbrace{mx + m^2 + xy + my}^{\text{Monomio Común}} \\ \overbrace{m(x+m) + y(x+m)}^{\text{Polinomio Común}} \end{array} & \text{Monomio Común} \\ & \downarrow & \\ & (m+y)(x+m) & \end{array}$$

Completa

Agrupar según convenga y factoriza

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN POR AGRUPACIÓN
$m^2y^2 - 7xy^2 + m^2z^2 - 7xz^2$	$(\quad - \quad)(\quad + \quad)$
$5a - 3b - 3bc^5 + 5ac^5$	$(\quad + \quad)(\quad - \quad)$
$6x^3 - 1 - x^2 + 6x$	$(\quad + \quad)(\quad - \quad)$
$7mnx^2 - 5y^2 - 5x^2 + 7mny^2$	$(\quad + \quad)(\quad - \quad)$

OJO: Desarrolla aparte, agrupa según convenga y factoriza. Coloca tus respuestas finales.