LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)
IRISAN KERUCUT dan PARAMETRIK

Kompetensi Dasar :

3.1 Menjalaskan macam-macam irisan kerucut

3.2 Menjelaskan persamaan dari macam-macam irisan kerucut dan PGS

3.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitaan dengan persamaan dan macam-macam irisan kerucut dan PGS

3.4 Menjelaskan persamaan parametrik 1 dan persamaan parametrik 2

3.5 Menjelaskan masalah yang berkaitan dengan persamaan parametrik 1 dan persamaan parametrik 2

Nama :

Kelas :

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.1.1 Mampu menjalaskan macam-macam irisan kerucut

3.1.2 Mampu menjelaskan persamaan dari macam-macam irisan kerucut dan PGS

3.1.3 Mampu meenyelesaikan masalah yang berkaitaan dengan persamaan dan macam-macam irisan kerucut dan PGS

3.1.4 Mampu menjelaskan persamaan parametrik 1 dan persamaan parametrik 2

3.1.4 Mampu menyelesaukan masalah yang berkaitan dengan persamaan parametrik 1 dan persamaan parametrik 2

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menjalaskan macam-macam irisan kerucut
2. Peserta didik mampu menjelaskan persamaan dari macam-macam irisan kerucut dan PGS
3. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitaan dengan persamaan dan macam-macam irisan kerucut dan PGS
4. Peserta didik mampu menjelaskan persamaan parametrik 1 dan persamaan parametrik 2
5. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitaan dengan persamaan parametrik 1 dan persamaan parametrik 2

Petunjuk :

1. Cermati dan ikutilah Langkah-langkah yang ada pada setiap kegiatan
2. Tanyakan kepada guru jika mengalami kesulitan dalam mengerjakan lembar kerja ini

	PENILAIAN
1	Teknik Penilaian a. Aspek sikap : Observasi b. Aspek Pengetahuam : Tes Tertulis
2	Instrumen penilaian a. Aspek sikap : Kesopanan dan kedisiplinan dalam belajar b. Aspek Pengetahuan : Lembar Kerja

URAIAN MATERI

A. Macam – Macam Irisan Kerucut
- Lingkaran & parabola
- Elips & hiperbola

Perhatikan video berikut!!

Sumber : Jendela Sains Chanel

Dari video di atas tuliskanlah apa saja yang kamu dapatkan!

B. Persamaan irisan kerucut dan persamaan garis singgungnya

1. Persamaan Lingkaran dan PSG

    a. Lingkaran yang berpusat pada titik O (0,0) dan berjari-jari r

    Persamaan Lingkaran : $x^2 + y^2 = r^2$

    PGS Lingkaran : $y = mx\sqrt{1 + m^2}$

    b. Lingkaran yang berpusat pada titik $M(a.b)$ dan berjari-jari r

    Persamaan Lingkaran : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = x^2$

    PGS Ligkaran : $y - b = m(x - \alpha) \pm r\sqrt{1 + m^2}$

Agar lebih memahami materi, simak video berikut!!

Sumber : BOM MatematikaChanel

2. Persamaan Parabola dan PGS

- Parabola Standar

a) Right-Handed Parabol

Persamaan : $y^2 = 4mx$

PGS : $y = mx + \frac{a}{m}$

b) Left-Hended Parabola

Persamaan : $y^2 = -4ax$

PGS : $y = mx - \frac{a}{m}$

c) Upwards Parabola

Persamaan : $x^2 = 4ax$

PGS : $y = mx + am^2$

d) Downwards Parabola

Persamaan : $x^2 = -4ax$

PGS : $y = mx - am^2$

- Parabola Tak Sadar

a) Parabola opening towards right hand side

Persamaan : $(y-k)^2 = 4a(x-h)$

PGS : $y = mx - mh + k + \frac{a}{m}$

b) Parabola opening toward left hand side

Persamaan : $(y-k)^2 = -4a(x-h)$

PGS : $y = mx - mh + k - \frac{a}{m}$

c) Parabola opening upwards

Persamaan : $(y-h)^2 = 4a(y-k)$

PGS : $y = mx - mh + k - am^2$

d) Parabola opening downwars

Persamaan : $(y-h)^2 = -4a(y-k)$

PGS : $y = mx - mh + k + am^2$

Agar lebih memahami materi, simak video berikut!!

Sumber : Warung MATEMATIKA Chanel

3. Persamaan Elips dan PGS

- Elips standar berpusat pada titik (0,0)

a) Elips Horizontal

Persamaan : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

PGS : $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$

b) Elips Vertikal

Persamaan : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

PGS : $\frac{xx_1}{b^2} + \frac{yy_1}{a^2} = 1$

- Elips tak standar berpusat pada titik (0,0)

c) Eips tak standar jenis pertama

Persamaan : $\frac{(x-k)^2}{a^2} + \frac{(y-h)^2}{b^2} = 1$

PGS : $\frac{(x-h)(x_1-h)}{a^2} \frac{(y-k)(y_1-k)}{b^2}$ 1

d) Eips tak standar jenis kedua

Persamaan : $\frac{(x-k)^2}{b^2} + \frac{(y-h)^2}{a^2} = 1$

PGS : $\frac{xx_1}{b^2} + \frac{yy_1}{a^2} = 1$

Agar lebih memahami materi, simak video berikut!!

Sumber : Warung MATEMATIKA Chanel

4. Persamaan Hiperbola dan PGS

- Hiperbola berpusat pada titik (0,0)
  a) Hiperbola Horizontal

     Persamaan : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

     PGS : $y = mx \pm \sqrt{a^2 - m^2 - b^2}$

  b) Hiperbola Vertikal

     Persamaan : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

     PGS : $y = mx \pm \sqrt{a^2 - b^2m^2}$

- Hiperbola yang berpusat pada titik (p,q)
  c) Hiperbola Horizontal

     Persamaan : $\frac{(x-p)^2}{b^2} - \frac{(y-p)^2}{a^2} = 1$

     PGS : $y - q = m(x - p) \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$

  d) Hiperbola Vertikal

     Persamaan : $\frac{(y-q)^2}{a^2} + \frac{(x-p)^2}{b^2} = 1$

     PGS: $y - q = m(x - p) \pm \sqrt{a^2 - b^2m^2}$

Agar lebih memahami materi, simak video berikut!!

Sumber : Warung MATEMATIKA Chanel

C. Persamaan parametrik

a. Parametrik 1

Persamaan parametrik adalah persamaan yang menyatakan hubungan variabel x dan y dituliskan dengan $x = f(t)$ dan $y = g(t)$ dengan $a \leq t \leq b$. Setiap nilai t mendefinisikan titik $(x, y) = (f(t), g(t))$. Koleksi semua titik dari domain t yang mungkin adalah grafik persamaan-persamaan parametrik dan disebut kurva parametrik.

Garis Singgung Persamaan Parametrik

- Kurva mempunyai garis singgung Hozintal bila :

$$\frac{dx}{dt} = 0(diberikan\ \frac{dx}{dt} \neq 0)$$

- Kurva mempunyai garis singgung vertikal bila :

$$\frac{dx}{dt} = 0(diberikan\ \frac{dx}{dt} \neq 0)$$

Persamaan Garis Singgung : y-$y_1 = m($x -$x_1)$

b. Persamaan parametrik 2

Konversi persamaan kartesian ke persamaan parametrik

1) Persamaan lingkaran

Kita sudah tahu bahwa bentuk persamaan lingkaran secara umum adalah

$$x^2 + y^2 = r^2 \qquad (1)$$

dan persamaan lingkaran jika diketahui titik pusat $T_p = (p, q)$ adalah

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2 \qquad (2)$$

Kita perlu mengingat kembali sebelumnya pada salah satu identitas trigonometri yaitu :

$$cos^2 t + sin^2 t = 1$$

Tujuan kita adalah untuk mengubah x dan y masing – masing menjadi bentuk trigonometri cos t dan sin t. Kembali pada persamaan lingkaran (1) tadi, kita akan menggunakan prinsip identitas di atas. Pertama kita akan membagi kedua ruas dengan r^2 sehingga:

$$\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1$$

Sehingga melalui persamaan di atas, kita dapat misalkan $\frac{x}{r}$ cos t dan $\frac{y}{r} = \sin t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu

$$x = \cos t\ dan\ y = r \sin t$$

Selanjutnya dari persamaan lingkaran (2), dengan cara yang sama kita dapat :

$$\frac{(x-p)^2}{r} + \frac{(y-q)^2}{r} = 1$$

Sehingga melalui persamaan di atas, kita dapat misalkan $\frac{x-p}{r} = \cos t$ dan $\frac{y-q}{r} =$ sin t. sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu:

$$x = r \cos t + p$$

$$y = r \sin t + q$$

2) Persamaan Elips

Perhatikan kembali bahwa bentuk persamaan elips secara umum adalah

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ dan } \left(\frac{x}{r}\right)^2+\left(\frac{y}{r}\right)^2=1 \qquad (3)$$

dan persamaan elips jika diketahui titik pusat $Tp = (a, b)$ adalah

$$\frac{(x-p)^2}{a^2}+\frac{(y-q)^2}{b^2}=1 \text{ dan } \left(\frac{x-p}{a}\right)^2+\left(\frac{y-q}{b}\right)^2=1 \qquad (4)$$

Pada persamaan elips (3) kita dapat misalkan $x\ a = \cos t$ dan $y\ b = \sin t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu :

$$x = a\cos t$$
$$y = b\sin t$$

Kemudian untuk persamaan elips (4) kita dapat misalkan $x-p\ a = \cos t$ dan $y-q\ b = \sin t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu :

$$x = a\cos t + p$$
$$y = b\sin t + q$$

3) Persamaan Hiperbola Kita ingat kembali bahwa ada dua jenis bentuk persamaan hiperbola horizontal dan vertikal jika diketahui titik pusat $Tp = (a, b)$ adalah

$$\left(\frac{x-h}{a}\right)^2+\left(\frac{y-k}{b}\right)^2=1 \qquad (5)$$

$$\left(\frac{y-k}{b}\right)^2+\left(\frac{x-h}{a}\right)^2=1 \qquad (6)$$

Akan ada dua versi untuk mengubah persamaan hiperbola ke bentuk parametrik Pertama kita akan menggunakan salah satu identitas trigonometri yaitu $sec^2\ t - \ tan^2\ t = 1$

Pada persamaan hiperbola (5) kita misalkan $\frac{x-h}{a} = \sec t$ dan $\frac{y-k}{b} = \tan t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu :

$$x = a\sec t + \mathrm{h}$$
$$y = b\tan t + k$$

akan menggunakan salah satu identitas hiperbolik yaitu:

$$\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$$

Perlu diketahui bahwasannya fungsi hiperbolik bukanlah fungsi periodik layaknya seperti fungsi trigonometri. Oleh karena itu kita perlu menggunakantanda $\pm$ supaya persamaan hiperbola pada persamaan parametrik dapat terdefinisi sepenuhnya.

Kemudian untuk persamaan hiperbola (6) kita dapat misalkan $\frac{x-h}{a} = sinh x-h\ a = \sinh t$ dan $\frac{y-k}{b} =$ cosh t sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu:

$$x = h \pm a\cosh t$$
$$y = k \pm b\sinh t$$

LATIHAN

A. PILIHAN GANDA

Pilihlahan jawaban dibawah ini dengan tepat!

1. Jika persamaan lingkaran adalah $x^2 + y^2 - 10x + 8y - 23 = 0$ maka pusat dan jari – jari lingkarannya adalah…
   A. (5,-4) dan 8 C. (4,5) dan 5 E. (3,5) dan -1
   B.(3,2) dan 7 D.(-4,6) dan 8

2. Persamaan garis singgung parabola $y^2 = 4x$ dengan gradien garis 2 adalah …
   A. $y = 2x - 4$ C. $y = 4x + \frac{1}{2}$ E. $= x - \frac{1}{2}$
   B. $y = x + \frac{4}{2}$ D. $y = 2x + \frac{1}{2}$

3. Titik puncak dari parabola $y^2 + 2x - 6y + 11 = 0$ ialah …
   A. (2.3) C. (-2,1) E. (-2,3)
   B. (-1,3) D. (3,4)

4. Jika sebuah kerucut teriris oleh sebuah bidang datar yang sejajar dengan garis pelukis dari kerucut, maka bentuk dari irisan tersebut adalah …
   A. Elips C. Segitiga E. Parabola
   B. Lingkaran D.Hiperbola

5. Persamaan garis singgung elips $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$ di titik yang absisnya 5 ialah …
   A. $2x + y = 12$ dan $2x - y = 12$ C. $2x + 2y = 10$ dan $2x + y = 10$ E. $x + y = 10$
   B. $x - y = 12$ dan $x + y = 12$ D. $x + y = 10$ dan $2x - y = 10$

6. Persamaan garis singgung elips $6x^2 + 20y^2 = 320$ yang bergradien -2 adalah…
   A. $x + 2y \pm 4\sqrt{2} = 0$ C. $x + y \pm 2\sqrt{6} = 0$ E. $3x + 2y \pm \sqrt{3} =$
   B. $2x + y \pm 4\sqrt{6} = 0$ D. $2x + 2y \pm 2\sqrt{3} = 0$

7. Persamaan garis singgung pada hiperbola $2x^2 - 3y^2 + 8x - 6y + 7 = 0$ di titik (4,3) adalah …
   A. $2x - 2y + 5 = 0$ C. $6x + y + 2 = 0$ E. $6x + 2y + 2 = 0$
   B. $2x + y + 7 = 0$ D. $2x - y + 3 = 0$

8. Jika koordinat puncak (4,2) dan (-2,2) serta salah satu asimtotnya $2x - 3y + 4 = 0$, persamaan hiperbolanya adalah…
   A. $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ C. $\frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ E. $\frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$
   B. $\frac{(x-2)^2}{5} + \frac{(y-1)^2}{4} = 2$ D. $\frac{(x-1)^2}{6} - \frac{(y-2)^2}{4} = 2$

9. Persaamaan garis singgung kurva x = 2 sec t, y = 2 tan t pada t = = $-\frac{\pi}{6}$ adalah …

A. $y = 2x + 2\sqrt{2}$ C. $y = -2x + 2\sqrt{3}$ E. $y = -3x - 2\sqrt{2}$

B. $y = 2x - 2\sqrt{3}$ D. $y = -3x - 2\sqrt{2}$

10. Persamaan parametrik dari persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 2$ ialah …

A. $x = 5\ \cos t$ dan y= $7 \sin t$ C. $x = 7 \cos t$ dan y= $5 \sin t$ E. . $x = 7 \sin t$

B. $x = 7 \cos t$ dan y= $7 \sin t$ D. $x = 7 \sin t$ dan y= $7 \cos t$

URAIAN

Tuliskan jawaban akhirnya saja!

1. Tentukan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ yang malalui (7,1)?

....

....

....

2. Tentukan persamaan garis singgung parabola $(y-1)^2 = -8(x+2)$ dengan gradien -1

....

....

....

3. Tentukan persamaan garis direktriks, persamaan eksentrisitas, dan panjang latus Rectum daripersamaan elips $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$?

....

....

....

....

4. Tentukan persamaan hiperbola yang mempunyai koordinat puncak (8,0) dan $(-8,0)$ serta melalui titik $\left(10{,}3\frac{3}{4}\right)$!

....

....

....

....

5. Ubahlah $16x^2 + 9y^2 - 160x - 72y + 112 + = 0$ kedalam bentuk persamaan parametrik trigonometri….

....

....

....

....