

Решаване на Квадратни уравнения с формули на Виет

1. Какво знаете досега:

Най-сигурният начин за решаване на квадратно уравнение е да използваме формулата за корените:

Пример 1 $x^2 - 15x + 26 = 0$

Решение: $a = 1 \quad b = -15 \quad c = 26$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 26 = 225 - 104 = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{+15 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{15 \pm 11}{2} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \frac{15 + 11}{2} = 13 \\ x_2 &= \frac{15 - 11}{2} = 2 \end{aligned}$$

Както навярно сте забелязали, повечето квадратни уравнения имат за решения цели числа. В такива случаи има и по-бързи начини за намирането на корените:

2. Формули на Виет:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \end{aligned}$$

Ще демонстрираме използването на Формули на Виет за намиране на корените на уравнението $x^2 - 15x + 26 = 0$, което разглеждахме.

Решение 2 $a = 1 \quad b = -15 \quad c = 26 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b}{a} = \frac{+15}{1} = 15 \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} = \frac{26}{1} = 26 \end{aligned}$$

Както виждаме търсим числа, чиито сбор е 15 и чиито произведение е 26. Тъй като $26 = 1 \cdot 26$ или $26 = 2 \cdot 13$, то, ако решенията на уравнението са цели числа, единствените възможности са

$x_1 = 1$ и $x_2 = 26$ или $x_1 = 2$ и $x_2 = 13$. Само вторият случай изпълнява условието $x_1 + x_2 = 15$ и затова решенията са именно $x_1 = 2$ и $x_2 = 13$.

Предимството на този начин, е че единственото нужно описание е заместването във формулите на Виет, последвано от крайният отговор. Нека разгледаме още един пример:

Пример 2 $x^2 - 2x - 24 = 0$

Решение: $a = 1 \quad b = -2 \quad c = -24 \Rightarrow$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{+2}{1} = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-24}{1} = -24$$

Търсим числа, чиито сбор е 2 и чиито произведение е -24 . Обърнете внимание, че щом произведението е отрицателно, то едно от числата също трябва да бъде отрицателно - тоест $x_1 + x_2$ всъщност е разлика на две числа. Възможностите за 24 са: $24 = 1.24$, $24 = 2.12$, $24 = 3.8$ или $24 = 4.6$, но единствените числа, чиято разлика е 2 са 4 и 6 $\Rightarrow$ Отговор: $x_1 = 6$ и $x_2 = -4$

Задачи за упражнение:

(за да видите дали отговорът ви е верен натиснете бутона Finnish)

Пример 3 $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \\ x_1 \cdot x_2 = \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} + \\ . \end{array} = \Rightarrow \text{Отговор: } x_1 = \quad \text{и } x_2 =$$

Пример 4 $x^2 + 13x + 36 = 0$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \\ x_1 \cdot x_2 = \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} + \\ . \end{array} = \Rightarrow \text{Отговор: } x_1 = \quad \text{и } x_2 =$$

Пример 5 $x^2 - 4x - 32 = 0$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \\ x_1 \cdot x_2 = \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} + \\ . \end{array} = \Rightarrow \text{Отговор: } x_1 = \quad \text{и } x_2 =$$

Пример 6 $x^2 - 4x - 12 = 0$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \\ x_1 \cdot x_2 = \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} + \\ . \end{array} = \Rightarrow \text{Отговор: } x_1 = \quad \text{и } x_2 =$$

Пример 7 $x^2 - 9x + 18 = 0$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \\ x_1 \cdot x_2 = \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} + \\ . \end{array} = \Rightarrow \text{Отговор: } x_1 = \quad \text{и } x_2 =$$

Пример 8 $x^2 + 11x + 30 = 0$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \\ x_1 \cdot x_2 = \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} + \\ . \end{array} = \Rightarrow \text{Отговор: } x_1 = \quad \text{и } x_2 =$$

Допълнителни задачи за упражнение:

Зад. 1 $x^2 - x - 12 = 0$

Зад. 2 $x^2 + 4x + 3 = 0$

Зад. 3 $x^2 - 19x + 60 = 0$

Зад. 4 $x^2 - 12x + 36 = 0$

Зад. 5 $x^2 - 12x - 64 = 0$

Зад. 6 $x^2 + 15x + 56 = 0$