

LKPD

Determinan dan Invers Matriks ordo 2×2

Nama :

Kelas :

No Absen :



Kompetensi Dasar

3.4 Menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2

4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 (KD 3.4)
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 (KD 4.3)

Materi

Determinan Matriks ordo 2×2

Determinan suatu matriks didefinisikan sebagai selisih antara perkalian elemen-elemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan matriks hanya dapat ditentukan pada matriks persegi. Determinan dari matriks A dapat dituliskan $\det(A)$

Determinan Matriks Ordo 2×2

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

Contoh soal

Determinan dari matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ Adalah...

Jawab:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$$

Sifat-sifat determinan

1. Jika matriks A dan B adalah matriks persegi yang berordo sama maka $\det(AB) = \det(BA) = \det(A) \times \det(B)$
2. Jika A adalah matriks persegi dan A^t adalah transpose matriks A maka berlaku $\det(A) = \det(A^t)$
3. Jika A adalah matriks persegi berordo $n \times n$ dan k adalah sembarang bilangan maka $\det(kA) = k^n \times \det(A)$
4. Jika matriks A dapat dibalik (*invertible*) atau mempunyai invers maka $\det A = \frac{1}{\det(A^{-1})}$

1. Diketahui matriks berikut:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det}(AB) = |AB|$$

$$AB = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\text{Det } AB = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$\text{Det } AB = \dots \dots + \dots \dots$$

$$\text{Det } AB = \dots$$

$$\text{Det}(A) \cdot \text{Det}(B) = |A| \cdot |B|$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= (\dots) \cdot (\dots)$$

$$= \dots$$

$$\text{Det}(BA) = |BA|$$

$$BA = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\text{Det } BA = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$\text{Det } BA = \dots \dots + \dots \dots$$

$$\text{Det } BA = \dots$$

Dengan demikian $\det(AB) = \det(BA) = \det(A) \cdot \det(B)$

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ maka $A^T = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = (\dots) \cdot (\dots) - (\dots) \cdot (\dots) = \dots - \dots = \dots,$$

$$\det A^T = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = (\dots) \cdot (\dots) - (\dots) \cdot (\dots) = \dots - \dots = \dots,$$

Dengan demikian $\det(A) = \det A^t$

3. *Diketahui matriks* $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

$$\det (3A = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = (\dots) \cdot (\dots) - (\dots) \cdot (\dots) = \dots - \dots = \dots,$$

$$\det (3A) = 3^2 \times \det(A)$$

$$\det (3A = 9 \times \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$\det (3A = \dots \times ((\dots) \cdot (\dots) - (\dots) \cdot (\dots))$$

$$\det (3A = 9 \times (\dots - \dots)$$

$$\det (3A = 9 \times (-\dots)$$

$$\det (3A = -\dots,$$

Dengan demikian $\det(kA) = k^2 \times \det (A)$

INVERS MATRIKS ORDO 2 X 2

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ invers matriks A :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, invers matriks A^{-1} adalah...

jawab

$$\det A = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = (\dots)(\dots) - (\dots)(\dots) = \dots - \dots = \dots$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Kerjakan soal berikut dengan benar!

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,
 $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Jika $A + B - C = D$, determinan matriks $D = \dots$
A. 4
B. 3
C. 0
D. -2
E. -4
2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Determinan matriks $A - B + C$ adalah $\dots$
A. -4
B. -2
C. 2
D. 4
E. 6
3. Diketahui matriks $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ dan
 $Y = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$. Jika $A = X + Y$, maka invers A adalah $A^{-1} = \dots$
A. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & -1 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
E. $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$. Invers matriks $(A + B)$ adalah ...

A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

B. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}$

C. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -9 & 8 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

D. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$

E. $\frac{1}{2}$

5. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ dan

$B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$. Jika $A + B = C$, maka invers matriks C adalah ...

A. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{6}{7} & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{6}{7} & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{6}{7} & -1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{6}{7} & 1 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{6}{7} & 1 \end{pmatrix}$