LKS 1

NAMA ANGGOTA :

KELOMPOK :

KELAS :

KOMPETENSI DASAR :

3.8 MENJELASKAN SIFAT-SIFAT TURUNAN FUNGSI ALJABAR DAN MENENTUKAN TURUNAN FUNGSI ALJABAR MENGGUNAKAN DEFINISI ATAU SIFAT-SIFAT TURUNAN FUNGSI.

4.8 MENYELESAIKAN MASALAH YANG BERKAITAN DENGAN TURUNAN FUNGSI ALJABAR

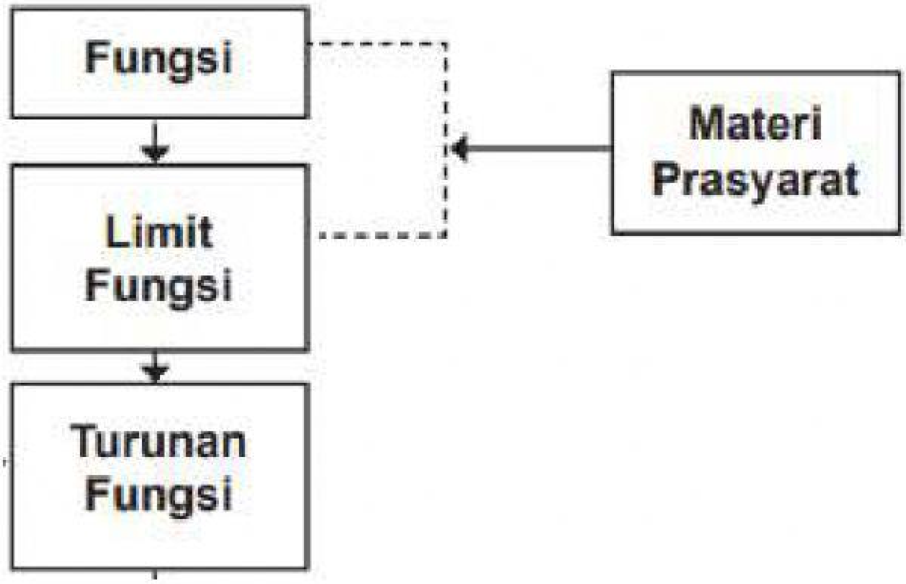
INDIKATOR

3.8.1 DAPAT MENEMUKAN KONSEP GARIS SEKAN

3.8.2 DAPAT MENENTUKAN KONSEP GARIS SINGGUNG

3.8.3 MENEMUKAN HUBUNGAN GARIS SEKAN DAN GARIS SINGGUNG

PETA KONSEP



Petunjuk Umum Penggunaan LKS

a. Baca dan pahami BTP (Buku Teks Pembelajaran) Lihat Manullang, dkk. 2017. **Buku Siswa Matematika XI Wajib**. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, hal 250 sd 253

b. Diskusikan dan kerjakan lembar kerja sesuai perintah yang ada

c. Tanyakan pada guru apabila ada perintah yang kurang jelas

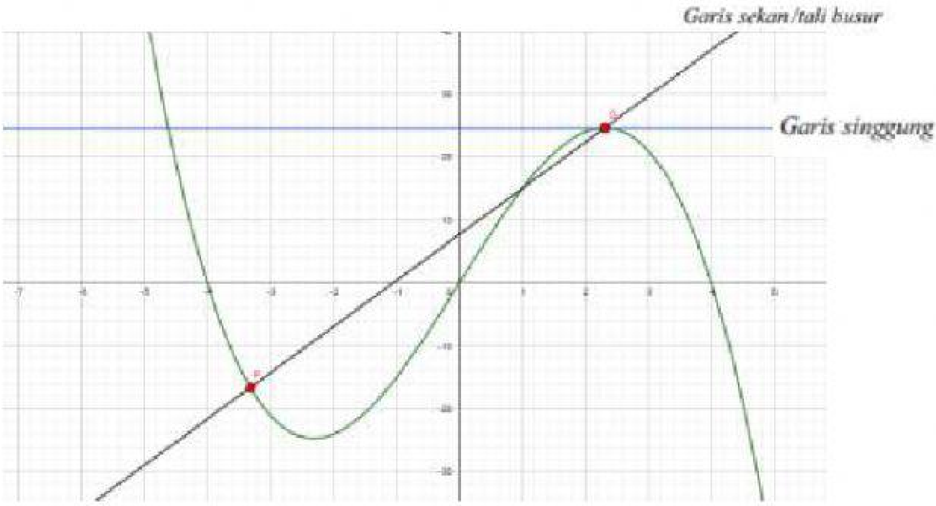
Apabila kalian sudah memahami apa yang harus kalian lakukan dalam pembelajaran ini, lanjutkan mengikuti kegiatan belajar berikut dengan penuh semangat!!!

KEGIATAN BELAJAR (KB) 1

Ayo Mengamati

Seorang pemain ski meluncur kencang di permukaan bukit es. Dia meluncur turun, kemudian naik mengikuti lekukan permukaan es sehingga di suatu saat, dia melayang ke udara dan turun kembali ke permukaan.

Permasalahan di atas dapat ditampilkan dalam bentuk gambar berikut.



Misalkan, pemain ski meluncur dari titik P (x_1, y_1) kemudian melayang di udara pada titik Q (x_2, y_2). Pemain ski tersebut meluncur dari titik P mendekati titik Q.

a. Dari grafik di atas, garis sekan adalah =

b. Dari grafik di atas, garis singgung adalah =

Konsep Garis Sekan & Garis Singgung

Misalkan kurva C dengan persamaan $y = f(x)$, untuk menentukan garis singgung pada titik $P\big(a, f(a)\big)$, perhatikan titik di dekat P yaitu $Q(x, f(x))$ dengan $x \neq a$.

Kemiringan dari garis sekan PQ adalah

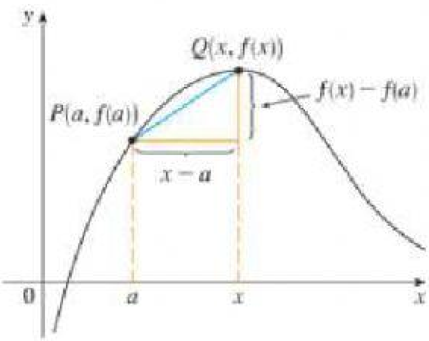
$$\frac{fx - fa}{x - a}$$

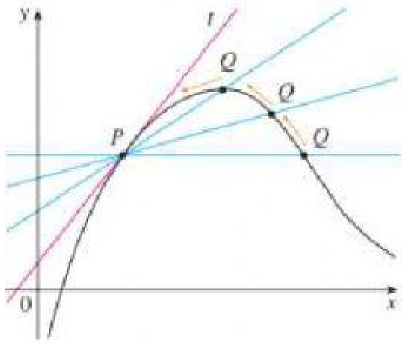
$$m_{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$\frac{f(x) - a}{x - a}$$

Misalkan Q mendekati P sepanjang kurva C dengan memisalkan x mendekati a. Jika garis singgung t sebagai garis yang melalui P dengan kemiringan m. Dengan kata lain garis singgung adalah limit dari garis sekan PQ dengan Q mendekati P. Perhatikan gambar berikut:





Definisi

Garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik $P(a,\ f(a))$ adalah garis yang melalui P dengan kemiringan

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$m = \lim_{x \to a} \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{fx - fa}{x - a}$$

$$\frac{f(x) - a}{x - a}$$

Jika limitnya ada

Turunan sebagai Limit Fungsi

Proses menemukan turunan disebut dengan differensiasi. Differensiasi dapat dianggap sebagai operasi pada fungsi yang mengaitkan fungsi f' dengan fungsi f. Turunan pertama fungsi dapat ditulis dengan,

Notasi Newton $y' atau\ f'(x)$

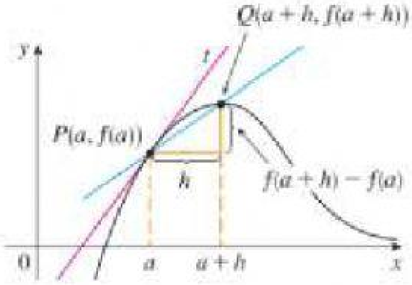
Notasi Leibniz $\frac{dy}{dx} atau \frac{d(f(x))}{dx}$

Definisi Turunan Fungsi

Turunan dari fungsi f di a, dilambangkan dengan $f'(a)$ adalah

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Asalkan limitnya ada.



Jika kita menuliskan $x = a + h$, kita punya $h = x - a$ dan h mendekati 0 jika dan hanya jika x mendekati a. Sehingga cara yang sama untuk menyatakan definisi turunan seperti menemukan kemiringan garis singgung

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Contoh 1 :

Tentukan turunan dari fungsi $f(x) = x^2$ pada a

Penyelesaian :

Dengan menggunakan definisi sebelumnya, kita dapatkan

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2ah + h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(2a + h)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} 2a + h$$

$$= \cdots$$

Jadi, $f'(a) = \cdots$

Contoh 2 :

Tentukan turunan terhadap x dari $f(x) = x^3 - x$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \ldots$$

$$= \cdots$$

Kita definisikan kemiringan garis terhadap suatu kurva $y = f(x)$ di titik $P(a, f(a))$ adalah sebagai garis yang melalui P dan memiliki kemiringan m. Dengan Definisi sebelumnya, ini sama dengan turunan $f'(a)$ atau dapat dikatakan bahwa Garis singgung terhadap $y = f(x)$ di $\big(a, f(a)\big)$ adalah garis yang melalui $\big(a, f(a)\big)$ yang kemiringannya sama dengan $f'(a)$, turunan f di a.

Suatu fungsi akan dapat diturunkan pada suatu titik jika memenuhi sifat berikut :

Sifat/aturan turunan

Dengan menggunakan konsep turunan, tentukan turunan pertama dari :

1. $f(x) = 10$
2. $f(x) = 3x + 5$
3. $f(x) = x^3$
4. $f(x) = 2x^{25}$

Untuk contoh pertama, fungsi yang diberikan adalah fungsi konstan, contoh soal kedua adalah fungsi linear, dan contoh soal ketiga adalah fungsi kuadrat.

Dari sini dapat ditarik kesimpulan bahwa :

- Untuk fungsi konstan mempunyai bentuk umum $f(x) = c$, dengan c adalah konstanta bilangan Real. Dengan demikian dapat dilihat secara aljabar

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$f(x) = c$$

$$= \log_{h \to 0} \frac{c - c}{h}$$
$$= \log_{h \to 0} 0$$
$$= 0$$

- Untuk fungsi linear mempunyai bentuk umum $y = ax + b$, dengan a dan b anggota bilangan Real
  Jika $f(x) = ax + b$ maka $f'(x) = a$

- Untuk fungsi pangkat mempunyai bentuk umum $y = ax^n$, dengan a anggota bilangan Real dan n pangkat/eksponen
  Jika $f(x) = ax^n$ maka $f'(x) = ax^{n-1}$

$$f(x) = x^n$$

$$f(x) = 1x^n$$

$$f'(x) = n.1.x^{n-1}$$

Dengan menggunakan pola pada aturan tersebut, didapatkan bahwa

$$f(x) = ax^n$$

$$f'(x) = n.a.x^{n-1}$$

Jawaban :

1. $f'(x) = \cdots$
2. $f'(x) = \cdots$
3. $f'(x) = \cdots$
4. $f'(x) = \cdots$

Pasangkanlah sifat-sifat turunan fungsi aljabar berikut, sesuai dengan turunannya!

Jika $f(x) = a$	$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v\prime(x)}{\left(v(x)\right)^2}$
Jika $f(x) = ax^n$	$f'(x) = au'(x)$
Jika $f(x) = au\ (x)$	$f'(x) = u'(x).\, v(x) + u(x).\, v'(x)$
Jika $f(x) = u(x) \pm v(x)$	$f'(x) = 0$
Jika $f(x) = u(x).\, v(x)$	$f'(x) = a$
Jika $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$
Jika $f(x) = ax$	$f'(x) = n.\, ax^{n-1}$

Soal :

1. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = (2x + 3)(x^3 - 2x^2)$
   a. $8x^3 - 3x^2 - 12x$
   b. $8x^2 + 3x^2 - 12x$
   c. $8x^3 + 3x^2 - 12x$

2. Tentukan gradien garis singgung kurva $y = 2x^2 + 3x - 5$ di titik $(2, ,9)$!

3. Diketahui $f(x) = (2x - 3)^4$; $f'(x)$ merupakan turunan pertama dari $f(x)$. Nilai dari $f'(3) = \cdots$