LKS 1

NAMA ANGGOTA :

KELOMPOK :

KELAS :

KOMPETENSI DASAR :

3.8 MENJELASKAN SIFAT-SIFAT TURUNAN FUNGSI ALJABAR DAN MENENTUKAN TURUNAN FUNGSI ALJABAR MENGGUNAKAN DEFINISI ATAU SIFAT-SIFAT TURUNAN FUNGSI.

4.8 MENYELESAIKAN MASALAH YANG BERKAITAN DENGAN TURUNAN FUNGSI ALJABAR

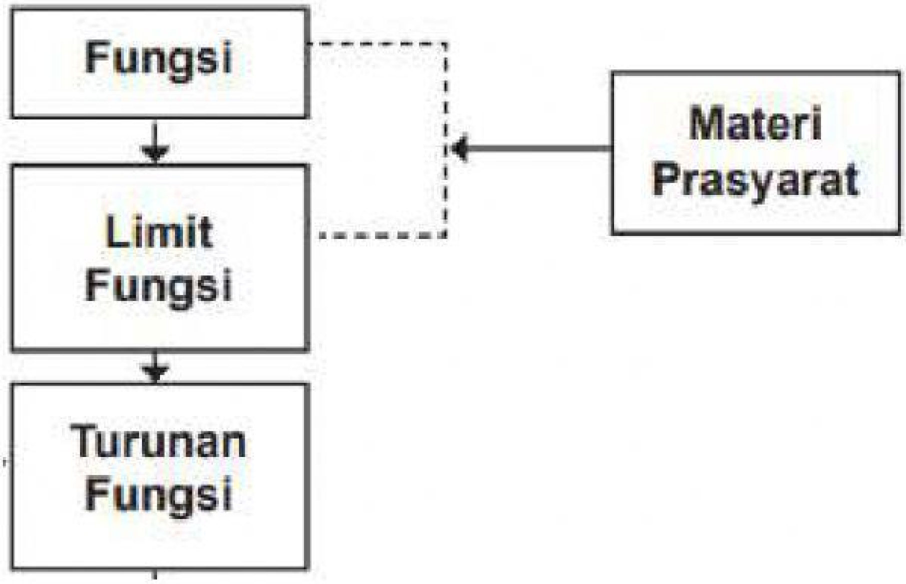
INDIKATOR

3.8.1 SISWA DAPAT MENEMUKAN KONSEP GARIS SEKAN

3.8.2 SISWA DAPAT MENENTUKAN KONSEP GARIS SINGGUNG

3.8.3 SISWA DAPAT MENEMUKAN KONSEP TURUNAN SEBAGAI LIMIT SUATU FUNGSI

PETA KONSEP



Petunjuk Umum Penggunaan LKS

a. Baca dan pahami BTP (Buku Teks Pembelajaran) Lihat Manullang, dkk. 2017. **Buku Siswa Matematika XI Wajib**. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, hal 250 sd 253

b. Diskusikan dan kerjakan lembar kerja sesuai perintah yang ada

c. Tanyakan pada guru apabila ada perintah yang kurang jelas

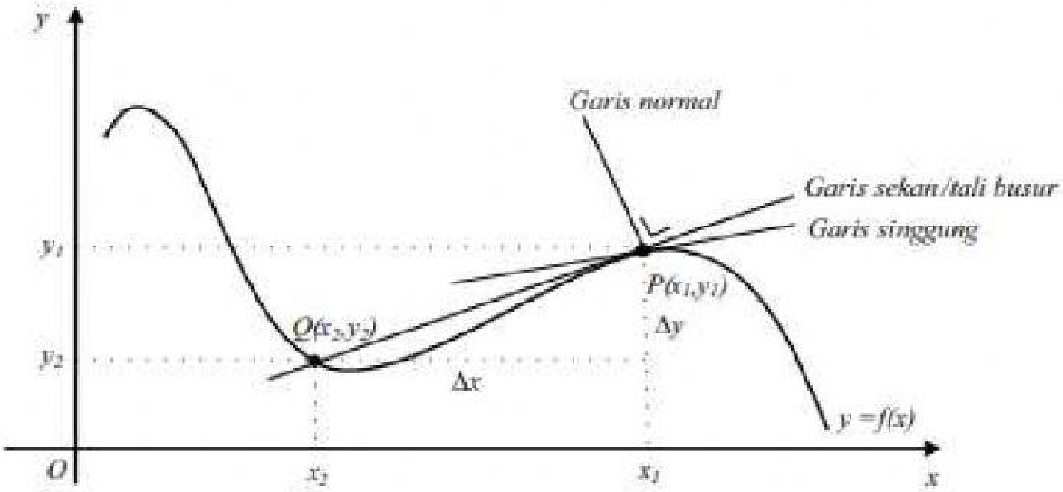
Apabila kalian sudah memahami apa yang harus kalian lakukan dalam pembelajaran ini, lanjutkan mengikuti kegiatan belajar berikut dengan penuh semangat!!!

KEGIATAN BELAJAR (KB) 1

Ayo Mengamati

Seorang pemain ski meluncur kencang di permukaan bukit es. Dia meluncur turun, kemudian naik mengikuti lekukan permukaan es sehingga di suatu saat, dia melayang ke udara dan turun kembali ke permukaan.

Permasalahan di atas dapat ditampilkan dalam bentuk gambar berikut.



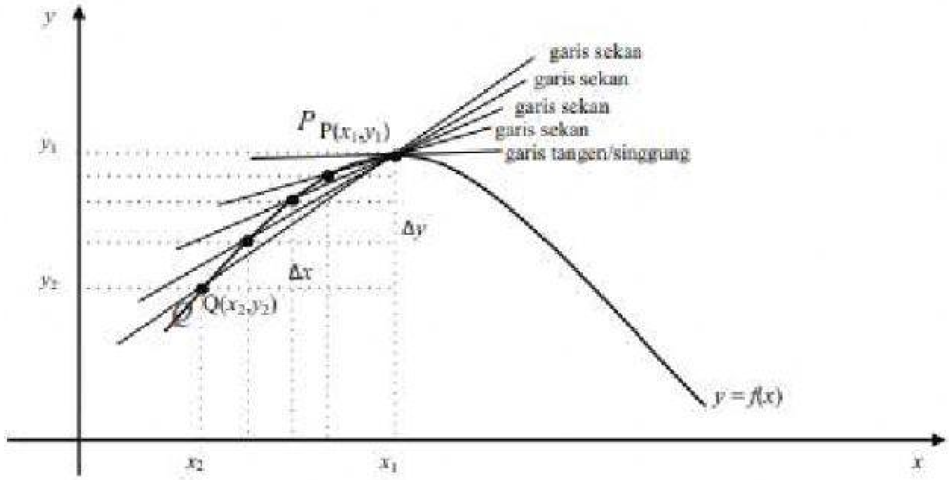
Misalkan, pemain ski meluncur dari titik Q (x_2, y_2) kemudian melayang di udara pada titik P (x_1, y_1). Pemain ski tersebut meluncur dari titik Q mendekati titik P. Perhatikan bahwa titik Q akan terus bergerak mendekati titik P.

a. Dari grafik di atas, garis sekan adalah =

b. Dari grafik di atas, garis singgung adalah =

Konsep Garis Sekan

Gambar garis sekan QP ketika titik Q terus bergerak mendekati titik P



Misalkan jarak absis titik Q dengan titik P adalah Δx dan jarak ordinat titik Q dengan titik P adalah Δy, maka dapat ditulis

$x_2 =$

$x_1 + \Delta x$

$x_1 + \Delta y$

$x_1 + x_2$

$y_2 =$

$y_1 + y_2$

$y_1 + \Delta y$

$\Delta x + \Delta y$

Jika $y = f(x)$, maka gradien garis sekan QP adalah

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{x_1 + \Delta x - x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

$$m_{QP} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{f(x_1 + x_2) - f(x_1)}{x_1 + \Delta x} = \frac{f(x_1 + x_2) - f(x_1)}{x_1 + \Delta x}$$

Definisi 1

Misalkan $f: R \to R$ adalah fungsi kontinu dan titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_1 + \Delta x, y_1 + \Delta y)$ pada kurva f. Garis sekan menghubungkan titik P dan Q dengan gradien

$$m_{sec} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Konsep Garis Singgung

Sekarang, akan dicari gradien dari garis singgung di titik P.

Amati kembali grafik garis sekan QP di atas! Apabila titik Q terus bergerak mendekati titik P, maka $\Delta x \to 0$ atau Δx akan menuju 0, sehingga diperoleh garis singgung di titik P. Gunakan gradien garis sekan dan konsep limit untuk mencari gradien garis singgung di P.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) + f(x)}{\Delta x}$$

$m_{gs} = \lim\limits_{\Delta x \to 0}$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

(Asalkan limitnya ada)

Definisi 2

Misalkan f adalah fungsi kontinu bernilai real dan titik $P(x_1, y_1)$ ada pada kurva f. Gradien garis singgung di titik $P(x_1, y_1)$adalah limit gradien garis sekan di titik $P(x_1, y_1)$, ditulis

$$m_{gs} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Turunan sebagai Limit Fungsi

Proses menemukan turunan disebut dengan differensiasi. Differensiasi dapat dianggap sebagai operasi pada fungsi yang mengaitkan fungsi f' dengan fungsi f. Turunan pertama fungsi dapat ditulis dengan,

Notasi Newton $y' atau\ f'(x)$

Notasi Leibniz $\frac{dy}{dx} atau \frac{d(f(x))}{dx}$

Definisi Turunan Fungsi

Fungsi f' didefinisikan dengan rumus :

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Turunan dari f terhadap x. Domain f' terdiri dari semua x pada domain f yang limitnya ada.

Contoh 1 :

Tentukan turunan terhadap x dari $f(x) = x^2$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x \\
&= \cdots
\end{aligned}$$

Jadi, $f'(x) = \cdots$

Contoh 2 :

Tentukan turunan terhadap x dari $f(x) = x^3 - x$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \ldots$$
$$= \cdots$$

Suatu fungsi akan dapat diturunkan pada suatu titik jika memenuhi sifat berikut :

Sifat/aturan turunan

Dengan menggunakan konsep turunan, tentukan turunan pertama dari :

1. $f(x) = 10$
2. $f(x) = 3x + 5$
3. $f(x) = x^3$
4. $f(x) = 2x^{25}$

Untuk contoh pertama, fungsi yang diberikan adalah fungsi konstan, contoh soal kedua adalah fungsi linear, dan contoh soal ketiga adalah fungsi kuadrat.

Dari sini dapat ditarik kesimpulan bahwa :

- Untuk fungsi konstan mempunyai bentuk umum $f(x) = c$, dengan c adalah konstanta bilangan Real. Dengan demikian dapat dilihat secara aljabar

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$
$$= \log_{h \to 0} \frac{c - c}{h}$$
$$= \log_{h \to 0} 0$$
$$= 0$$

- Untuk fungsi linear mempunyai bentuk umum $y = ax + b$, dengan a dan b anggota bilangan Real
  Jika $f(x) = ax + b$ maka $f'(x) = a$

- Untuk fungsi pangkat mempunyai bentuk umum $y = ax^n$, dengan a anggota bilangan Real dan n pangkat/eksponen
  Jika $f(x) = ax^n$ maka $f'(x) = ax^{n-1}$

$$f(x) = x^n$$

$$f(x) = 1x^n$$

$$f'(x) = n.1.x^{n-1}$$

Dengan menggunakan pola pada aturan tersebut, didapatkan bahwa

$$f(x) = ax^n$$

$$f'(x) = n.a.x^{n-1}$$

Pasangkanlah sifat-sifat turunan fungsi aljabar berikut, sesuai dengan turunannya!

Jika $f(x) = a$	$f'(x) = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v\prime(x)}{\left(v(x)\right)^2}$
Jika $f(x) = ax^n$	$f'(x) = au'(x)$
Jika $f(x) = au\ (x)$	$f'(x) = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$
Jika $f(x) = u(x) \pm v(x)$	$f'(x) = 0$
Jika $f(x) = u(x).v(x)$	$f'(x) = a$
Jika $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$
Jika $f(x) = ax$	$f'(x) = n.ax^{n-1}$