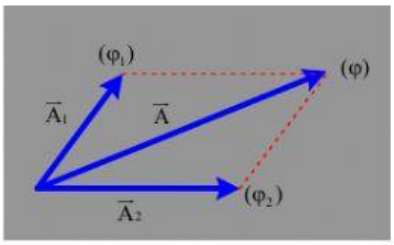
CHỦ ĐỀ 7: TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

• Tổng hợp hai dao động thành phần cùng phương: $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ là chúng ta thực hiện phép tính $x = x_1 + x_2$ và kết quả ta thu được là một dao động tổng hợp x có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

• Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số theo mô hình giản đồ vectơ ở bên. Do đó, A và φ xác định như sau:

$$\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ \tan\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \end{cases}$$



Ví dụ 1: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$ và $x_2 = 5\cos(\pi t)(cm)$. Phương trình dao động tổng hợp của vật là?

Hướng dẫn:

Cách 1: Sử dụng công thức

• $A = \sqrt{5^2 + 5^2 + 2.4.5.\cos\frac{\pi}{3}} = 5\sqrt{3}cm$

• $\tan\varphi = \dfrac{5.\sin\frac{\pi}{3} + 5.\sin 0}{5\cos\frac{\pi}{3} + 5\cos 0} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{6}$

→ Vậy $x = 5\sqrt{3}\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(cm)$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Ví dụ với máy tính cầm tay fx – 5570ES

• Bấm MODE 2

• Đơn vị đo góc là rad, bấm SHIFT MODE 4

• Nhập 5 SHIFT (−) $\frac{\pi}{3}$ + 5 SHIFT (−) 0 =

Nếu máy tính hiển thị dạng: $\frac{15}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$ thì bấm:

SHIFT 2 3 = máy tính sẽ hiển thị: $5\sqrt{3}\angle\frac{\pi}{6}$

Vậy $x = 5\sqrt{3}\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$

✍ Chú ý một số trường hợp đặc biệt:

• x_1 và x_2 cùng pha $(\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi) \Rightarrow \begin{cases} A = A_1 + A_2 \\ \varphi = \varphi_1; \varphi = \varphi_2 \end{cases}$

• x_1 và x_2 ngược pha $(\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi) \Rightarrow \begin{cases} A = |A_1 - A_2| \\ \left[\begin{array}{l} \varphi = \varphi_1 \text{ khi } A_1 > A_2 \\ \varphi = \varphi_2 \text{ khi } A_2 > A_1 \end{array}\right. \end{cases}$

• x_1 và x_2 vuông pha $\left(\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Trong mọi trường hợp: $|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$

LIVEWORKSHEETS

I. BÀI TẬP

2.1. DẠNG 1: BÀI TOÁN TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐƠN GIẢN

VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Dao động của một chất điểm có khối lượng 100 g là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 3\cos_{10}t$ (cm) và $x_2 = 6\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$(cm) .Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của chất điểm là?

A. 0,0315J **B.** 0,03J **C.** 0,015J **D.** 0,0345J

Câu 1: Chọn đáp án A

Lời giải:

• **Cách 1:** (Sử dụng công thức: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 3\sqrt{7}(cm)$

• **Cách 2:** (Dùng máy tính cầm tay): $x = x_1 + x_2 = 3\angle 0 + 6\angle\frac{\pi}{3} = 3\sqrt{7}\angle 0,7(cm)$

→ Cơ năng chất điểm là: $W = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}.0,1.10^2.\left(0,03\sqrt{7}\right)^2 = 0,0315(J)$

✓ **Chọn đáp án C**

Câu 2: Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cóphương trình lần lượt là: $x_1 = 7\cos\left(20t - \frac{\pi}{2}\right)(cm)$ và $x_2 = 8\cos\left(20t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$. Khi đi qua vị trí có li độ 12 cm, tốc độ của vật bằng

A. 1 m/s. **B.** 10m/s. **C.** 1 cm/s. **D.** 10cm/s.

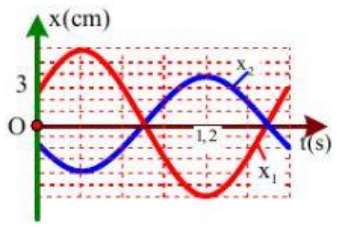
Câu 2: Chọn đáp án A

Lời giải:

+ $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 13cm \Rightarrow |v| = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 100(cm/s) = 1(m/s)$

✓ **Chọn đáp án A**

Câu 3: Cho hai dao động điều hoà x_1 và x_2 cùng phương, cùng tần số có đồ thị phụ thuộc vào thời gian t như hình vẽ. Dao động tổng hợp của x_1 và x_2 có phương trình là?



A. $x = 2\cos\left(\frac{10\pi}{9}t + \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$

B. $x = 10\cos\left(\frac{5\pi}{9}t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

C. $x = 2\cos\left(\frac{10\pi}{9}t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

D. $x = \cos\left(\frac{10\pi}{9}t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

Câu 3: Chọn đáp án C

Lời giải:

+ Đọc đồ thị ta được: $\begin{cases} x_1 = 4\cos\left(\frac{10\pi}{9}t + \frac{2\pi}{3}\right)(cm) \\ x_2 = 6\cos\left(\frac{10\pi}{9}t - \frac{\pi}{3}\right)(cm) \end{cases}$

LIVEWORKSHEETS

$\Rightarrow x = x_1 + x_2 = 2\cos\left(\frac{10\pi}{9}t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

✓ **Chọn đáp án C**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là A_1, φ_1 và A_2, φ_2. Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ A được tính theo công thức

A. $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$.
B. $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$.
C. $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$.
D. $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Câu 2: (QG − 2017): Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là A_1, φ_1 và A_2, φ_2. Dao động tổng hợp của hai dao động này có pha ban đầu φ được tính theo công thức

A. $\tan\varphi = \frac{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}$
B. $\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 - A_2\cos\varphi_2}$
C. $\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$
D. $\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_2 - A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$

Câu : Dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tấn số, biên độ A_1 và A_2 có biên độ A thỏa mãn điều kiện?

A. $A \le A_1 + A_2$
B. $|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$
C. $\sqrt{A_1^2 - A_2^2}$
D. $A \ge |A_1 - A_2|$

Câu 4: (QG − 2017): Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng pha, có biên độ lần lượt là A_1 và A_2. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động này là

A. $A_1 + A_2$
B. $|A_1 - A_2|$
C. $\sqrt{A_1^2 - A_2^2}$
D. $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Câu 5: (QG − 2017): Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, ngược pha nhau, có biên độ lần lượt là A_1 và A_2. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động này là

A. $A_1 + A_2$
B. $|A_1 - A_2|$
C. $\sqrt{A_1^2 - A_2^2}$
D. $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Câu 6: Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$, có biên độ lần lượt là A_1 và A_2. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động này là

A. $A_1 + A_2$
B. $|A_1 - A_2|$
C. $\sqrt{A_1^2 - A_2^2}$
D. $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Câu 7: (QG − 2018): Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động này có giá trị nhỏ nhất khi độ lệch pha của hai dao động bằng

A. $(2n + l)\frac{\pi}{4}$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$
B. $(2n + l)\frac{\pi}{2}$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$
C. $(2n + l)\pi$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$
D. $2n\pi$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$

Câu 8: Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động này có giá trị lớn nhất khi độ lệch pha của hai dao động bằng

A. $(2n + l)\frac{\pi}{4}$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$
B. $(2n + l)\frac{\pi}{2}$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$
C. $(2n + l)\pi$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$
D. $2n\pi$ với $n = 0, \pm1, \pm2...$

Câu 9: Khi tổng hợp hai dao động cùng phương, cùng tần số nhưng lệch pha nhau thì thấy pha của dao động tổng hợp cùng pha với dao động thứ hai. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hai dao động có cùng biên độ.
B. Hai daq động vuông pha.
C. Biên độ dao động thứ hai lớn hơn biên độ dao động thứ nhất và hai dao động ngược pha nhau.

LIVEWORKSHEETS

D. Hai dao động kệch pha nhau $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 10: Hai dao động điều hòa thành phần cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là 8 cm và 12 cm. Biên độ dao động tổng hợp có thể nhận giá trị

A. 5 cm. **B.** 2 cm. **C.** 21 cm. **D.** 3 cm.

Câu 11: Hai dao động điều hòa thành phần cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là 6 cm và 8 cm. Biên độ dao động tổng hợp không thể nhận giá trị

A. 4 cm. **B.** 8 cm. **C.** 6 cm **D.** 15 cm.

Câu 12: Hai dao động điều hòa thành phần cùng phương, cùng tần số, cùng pha có biên độ là A_1 và A_2 với $A_2 = 3\ A_1$ thì dao động tổng hợp có biên độ là

A. A_1. **B.** $2A_1$. **C.** $3A_1$. **D.** $4A_1$.

Câu 13: Hai dao động cùng phương: $x_1 = 3\cos(\omega t + \varphi_1)$(cm) và $x_2 = 4\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm). Biết dao động tổng hợp của hai dao động trên có biên độ bằng 5 cm. Hệ thức liên hệ đúng là?

A. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + l)\frac{\pi}{4}$ với k = 0, ±1, ±2... **B.** $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$với k = 0, ±1, ±2...

C. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + l)\frac{\pi}{2}$ với n = 0, ±1, ±2... **D.** $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + l)\pi$ với k = 0, ±1, ±2...

Câu 14: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình là $x_1 = 3\sin\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$(cm) và $x_2 = 4\cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$(cm). Biên độ dao động tổng hợp của vật là

A. 1 cm. **B.** 5 cm. **C.** 3,5 cm. **D.** 7 cm.

Câu 15 (CĐ − 2013): Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là 4,5 cm và 6,0 cm; lệch pha nhau 71. Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ bằng

A. 1,5 cm. **B.** 7,5 cm. **C.** 5,0 cm. **D.** 10,5 cm.

Câu 16 (ĐH − 2011): Dao động của một chất điểm có khối lượng 100 g là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 5\cos10t$ và $x_2 = 10\cos10t$ (x_1 và x_2 tính bằng cm, t tính bằng s). Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của chất điểm bằng

A. 0,1125 J. **B.** 225 J. **C.** 112,5 J. **D.** 0,225 J.

Câu 17 (ĐH − 2013): Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ lần lượt là $A_1 = 8$ cm; $A_2 = 15$ cm và lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$. Dao động tông hợp của hai dao động này có biên độ bằng

A. 23 cm. **B.** 7 cm. **C.** 11 cm. **D.** 17 cm.

Câu 18 (ĐH − 2009): Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương phương trình lần lượt là $x_1 = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{4}\right)$(cm) và $x_2 = 3\cos\left(10t - \frac{3\pi}{4}\right)$(cm). Độ lớn vận tốc của vật ở vị trí cân bằng là

A, 100 cm/s. **B.** 50 cm/s. **C.** 80 cm/s. **D.** 10 cm/s.

Câu 19: Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là 4 cm và $4\sqrt{3}$ cm thu được dao động tổng hợp có biên độ là 8 cm. Hai dao động thành phần đó

A. cùng pha **B.** lệch pha $\frac{\pi}{3}$. **C.** vuông pha **D.** lệch pha $\frac{\pi}{6}$

Câu 20: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số 50 Hz, cùng pha, có biên độ lần lượt là 8 cm và 6 cm. Dao động tổng hợp có biên độ và tần số lần lượt là

A. A= 10 cm và f = 100 Hz. **B.** A = 10 cm và f = 50Hz.

C. A= 14 cm và f = 100 Hz. **D.** A = 14 cm và f = 50Hz.

LIVEWORKSHEETS

Câu 21 (CĐ – 2012): Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = A\cos\omega t$ và $x_2 = A\sin\omega t$. Biên độ dao động của vật là

A. $\sqrt{3}A$ **B.** A **C.** $\sqrt{2}A$ **D.** 2A

Câu 22: Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ A và lệch pha nhau $\frac{2\pi}{3}$ là

A. $A\sqrt{2}$ **B.** $\frac{A\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ **D.** A

Câu 23: Hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$ và $x_2 = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm). Phương trình của dao động tổng hợp là

A. $x = 4\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(cm)$ **B.** $x = 8\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(cm)$

C. $x = 8\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$ **D.** $x = 4\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$

Câu 24: Hai dao động điều hòa thành phần cùng phương, cùng tần số, dao động vuông pha có biên độ là A_1 và A_2 thỏa mãn $3A_2 = 4A_1$ thì dao động tổng hợp có biên độ là

A. $\frac{5}{4}A_1$ **B.** $\frac{5}{3}A_1$ **C.** $7A_1$ **D.** $3A_1$

Câu 25: Một vật thamogia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Dao động thành phần thứ nhất có biên độ 5 cm và pha ban đầu $\frac{\pi}{6}$, dao động tổng hợp có biên độ 10 cm và pha ban đầu là $\frac{\pi}{2}$. Dao động thành phân thứ hai có biên độ và pha ban đầu là

A. 10cm và $\frac{\pi}{2}$ **B.** $5\sqrt{3}$cm và $\frac{\pi}{3}$ **C.** 5cm và $\frac{2\pi}{3}$ **D.** $5\sqrt{3}$cm và $\frac{2\pi}{3}$

Câu 26: Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ A và có pha ban đầu lần lươt là $-\frac{\pi}{4}$ và $\frac{\pi}{4}$. Biên đô và pha ban đầu của dao đông tổng hop hai dao đông trên lần lươt là

A. $A\sqrt{2}$ và 0 **B.** 0 và π **C.** 2A và $\frac{\pi}{2}$ **D.** $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ và 0

Câu 27: Cho hai đao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ $\sqrt{2}$ cm và có pha ban đầu lần lượt là $\frac{2\pi}{3}$ và $\frac{\pi}{6}$. Phan ban đầu và biên độ của dao động tổng hợp của hai dao động trên là**A.** $\varphi = \frac{5\pi}{12}$rad ; A = 2cm **B.** $\varphi = \frac{\pi}{3}$rad; $A = 2\sqrt{2}$cm

C. $\varphi = \frac{\pi}{4}$rad; $A = 2\sqrt{2}$cm **D.** $\varphi = \frac{\pi}{2}$rad; A = 2cm

Câu 28: Hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = 3\sin(\omega t - 0{,}5\pi)$(cm); $x_2 = 4\cos(\omega t)$cm. Dao động tổng hợp của hai dao động trên

A. có biên độ 7 cm. **B.** có biên độ 1 cm. **C.** ngược pha với x_2. **D.** cùng pha với x_1.

LIVEWORKSHEETS

Câu 29 (CĐ – 2010): Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình lần lượt là $x_1 = 3\cos 10t$ (cm) và $x_2 = 4\sin\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$(cm). Gia tốc của vật có độ lớn cực đại bằng

A. 7 m/s². **B.** 1 m/s². **C.** 0,7 m/s². **D.** 5 m/s².

Câu 30 (ĐH – 2008): Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ và có các pha ban đầu là $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{\pi}{6}$. Pha ban đầu của dao đông tổng hợp hai dao đông trên bằng

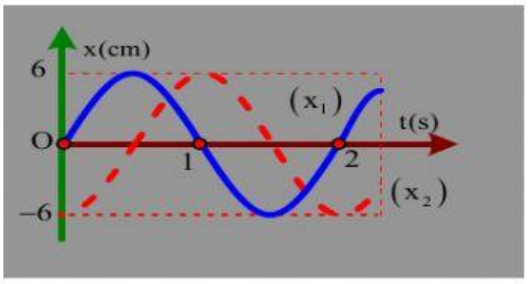
A. $-\frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{\pi}{4}$ **C.** $\frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{\pi}{12}$

Câu 31: Một vật tham gia đồng thời hai dao động cùng phương, có phương trình lần lượt là $x_1 = 6\sin(\pi t + \varphi_1)$(cm) và $x_2 = 8\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$(cm). Biên độ của dao động tổng hợp 14 cm.

Giá trị φ_1 là

A. $\frac{\pi}{6}$ **B.** $\frac{2\pi}{3}$ **C.** $\frac{5\pi}{6}$ **D.** $\frac{\pi}{3}$

Câu 32: Cho hai dao động điều hoà x_1 và x_2 cùng phương, cùng tần số có đồ thị phụ thuộc vào thời gian t như hình vẽ. Dao động tổng hợp của x_1 và x_2 có phương trình



A. $x = 6\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

B. $x = 6\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

C. $x = 6\sqrt{2}\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$(cm)

D. $x = 6\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$(cm)

Câu 33: Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ 4 cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ $2\sqrt{3}$ cm và đang giảm; còn dao động (2) có li độ bằng 0 và đang tăng. Khi đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ

A. 8 cm và đang giảm. **B.** 0 và đang giảm.

C. $4\sqrt{3}$ cm và đang tăng. **D.** $2\sqrt{3}$ cm và đang tăng.

Câu 34: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình dao động lần lượt là $x_1 = A_1\cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$(cm) và $x_2 = 3\cos\left(10t - \frac{5\pi}{6}\right)$(cm).

Vật dao động có tốc độ cực đại là 70 cm/s. Biên độ dao động A1 có giá trị là

A. 4 cm. **B.** 3 cm. **C.** 5 cm. **D.** 8 cm.

Câu 35: Một vật khối lượng 0,5 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùngtần số góc 4π rad/s, có phương trình lần lượt là $x_1 = A_1\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$(cm); $x_2 = 4\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$(cm). Lấy $\pi^2 = 10$. Biết độ lớn cực đại của lực kéo về là 2,4 N. Biên độ A_1 của x_1 là

A. 7 cm. **B.** 6 cm. **C.** 5 cm. **D.** 3 cm.

LIVEWORKSHEETS