

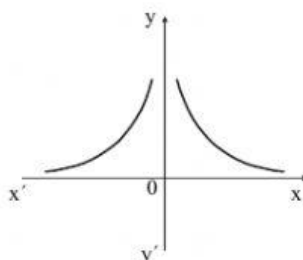
Κεφάλαιο 2ο: ΟΡΙΑ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0 , έναν πραγματικό αριθμό ℓ . Αναγκαστικά το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της. Σ Λ
2. * Τα πλευρικά όρια μιας συνάρτησης f , όταν το x παίρνει τιμές κοντά στο x_0 , συμπίπτουν πάντοτε. Σ Λ
3. * Το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 εξαρτάται από την τιμή τη συνάρτησης στο σημείο αυτό. Σ Λ
4. * Αν μια συνάρτηση f έχει όριο στο x_0 , τότε αυτό το όριο είναι μοναδικό. Σ Λ
5. * Το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 , αν υπάρχει, εξαρτάται από τα άκρα α, β των διαστημάτων $(\alpha, x_0), (x_0, \beta)$ στα οποία ορίζεται η f . Σ Λ
6. * Ισχύει πάντοτε $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$, όπου c σταθερά και $x_0 \in \mathbb{R}$. Σ Λ
7. ** Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε υπάρχει συνάρτηση φ με $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = 0$ και $f(x) = \ell + \varphi(x)$. Σ Λ
8. * Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \ell$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_0 . Σ Λ
9. ** Αν για τις συναρτήσεις f, φ ισχύει $|f(x) - \alpha| \leq \varphi(x)$, $x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha$. Σ Λ
10. ** Αν για τις συναρτήσεις $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ τότε πάντοτε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ Σ Λ

11. ** Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell|$, $\ell \neq 0$, τότε ισχύει πάντοτε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$. Σ Λ
12. * Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{|x|}{x}$. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$. Σ Λ
13. * Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(ax)}{x} = 1$ με $a \neq 0, 1$. Σ Λ
14. * Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$, τότε η f είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
15. ** Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f + g$ είναι πάντοτε μη συνεχής στο x_0 . Σ Λ
16. * Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού ένα διάστημα που περιέχει το 0. Τότε ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$. Σ Λ
17. * Αν για μια συνάρτηση f ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$, τότε η f δεν είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
18. ** Αν οι συναρτήσεις f, g με πεδίο ορισμού το Δ δεν είναι συνεχείς στο $x_0 \in \Delta$, τότε η συνάρτηση $f + g$ μπορεί να είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
19. ** Αν η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε και η f^2 δεν είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
20. ** Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ είναι συνεχής στο 0 και ισχύει $x \cdot f(x) = \eta\mu 2x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $f(0) = 2$. Σ Λ
21. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η g είναι συνεχής στο $f(x_0)$ τότε η $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ

22. * Η συνάρτηση f , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, είναι συνεχής στο D_f .



Σ Λ

23. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β) τότε είναι συνεχής και στο $x_0 = \frac{\alpha + \beta}{2}$.

Σ Λ

24. ** Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και 1-1 στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, τότε η f είναι γνησίως μονότονη.

Σ Λ

25. * Αν $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$, τότε η ευθεία με εξίσωση $y = -1$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη της C_f στο $-\infty$.

Σ Λ

26. * Αν $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, $g(x) = x$, $x \in \mathbb{R}$, τότε ισχύει:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

Σ Λ

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x)) = 0$

Σ Λ

27. ** Αν $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $x \neq 1$, τότε η συνάρτηση $g(x) = x f(x)$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 1$.

Σ Λ

28. * Αν $f(x) = 2 - e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

Σ Λ

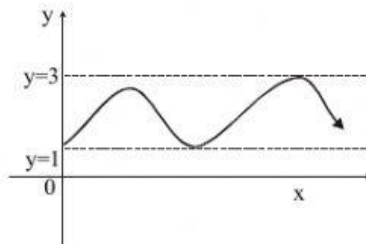
29. * Έστω οι συναρτήσεις f, g με κοινό πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$, τότε η συνάρτηση $f + g$ έχει πάντοτε όριο στο x_0 τον αριθμό 0.

Σ Λ

30. * Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $1 + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 2 + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, τότε η f έχει όριο στο $+\infty$ τον αριθμό 2.

Σ Λ

31. * Αν $f(x) = \log x - 2$, $x > 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$. Σ Λ
32. * Η συνάρτηση $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ με $a \neq 0$ και $n \geq 2$ δεν έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$. Σ Λ
33. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{\beta_\mu x^\mu + \beta_{\mu-1} x^{\mu-1} + \dots + \beta_1 x + \beta_0}$ με $a_n, \beta_\mu \neq 0$ έχει:
- i) οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 0$, αν $n < \mu$ Σ Λ
- ii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = \frac{a_n}{\beta_\mu}$, αν $n = \mu$ Σ Λ
- iii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = a_n$, αν $n > \mu$. Σ Λ
34. ** Η συνάρτηση $f(x) = 1 - e^{-2x}$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 1$. Σ Λ
35. ** Η συνάρτηση $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^3}$ έχει:
- i) κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία με εξίσωση $x = 0$ Σ Λ
- ii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = -1$. Σ Λ
36. * Η συνάρτηση f , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα δεν έχει όριο στο $+\infty$. Σ Λ



37. * Αν $f(x) = \frac{1}{(x-1)^3}$, $x < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$. Σ Λ

- | | | |
|---|---|---|
| 38. * Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)^{2v}} = +\infty, v \in \mathbb{N}^*$. | Σ | Λ |
| 39. * Αν $f(x) = \ln(x-2)$, τότε $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$. | Σ | Λ |
| 40. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ έχει: | | |
| i) κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία με εξίσωση $x = -3$ | Σ | Λ |
| ii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 1$. | Σ | Λ |
| 41. ** Υπάρχουν συναρτήσεις που έχουν δύο οριζόντιες ασύμπτωτες στο $+\infty$. | Σ | Λ |
| 42. * Υπάρχουν συναρτήσεις με περισσότερες από μία κατακόρυφες ασύμπτωτες. | Σ | Λ |
| 43. ** Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$, τότε δεν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη. | Σ | Λ |
| 44. * Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής στο διάστημα $[a, \beta]$, τότε μπορεί να έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία με εξίσωση $x = a$. | Σ | Λ |