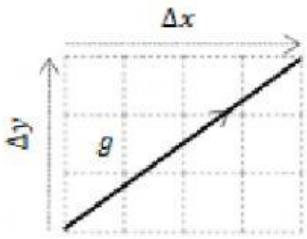
GRADIEN/ KEMIRINGAN GARIS LURUS

C. Pengertian Gradien/ Kemiringan Garis

Gradien suatu garis lurus adalah ukuran kemiringan (kecondongan) dari suatu garis lurus. Gradien biasanya dinotasikan dengan m. Gradien suatu garis dapat ditentukan melalui hubungan berikut.

$$\text{gradien garis} = m = \frac{\text{perubahan nilai } y}{\text{perubahan nilai } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Apa itu perubahan nilai x (Δx) dan perubahan nilai y (Δy) ? Perhatikan gambar berikut.

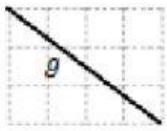


Pada contoh di samping,
perubahan nilai $y = 3$ satuan
perubahan nilai $x = 4$ satuan

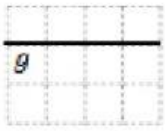
Terdapat pula beberapa sifat gradien yang harus diperhatikan.

Jika garis miring ke kanan, gradiennya bernilai positif
$m > 0$

Jika garis tegak (sejajar sumbu Y), gradiennya tidak terdefinisi



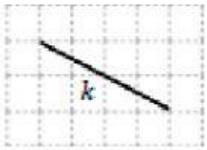
Jika garis miring ke kiri, gradiennya bernilai negatif
$m < 0$



Jika garis mendatar (sejajar sumbu X), gradiennya nol,
$m = 0$

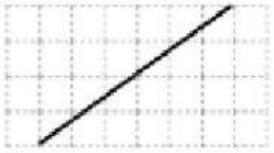
Contoh soal :

a. Gradien ruas garis k berikut ini adalah ...



Penyelesaian :
$\Delta y = 2$
$\Delta x = 4$
Jadi, $m = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

b. Gradien ruas garis di bawah ini adalah ...



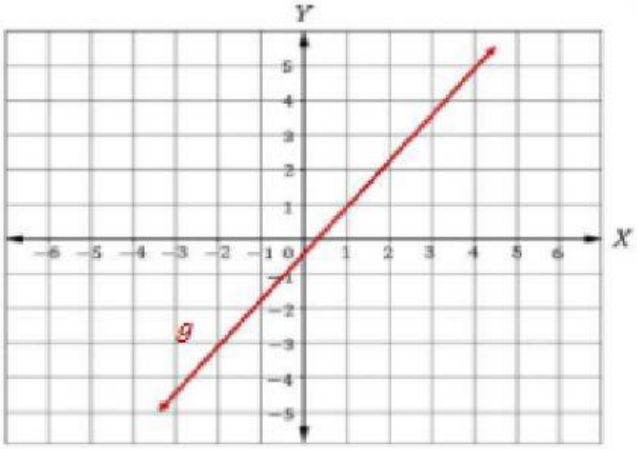
Penyelesaian :
$\Delta y = 4$
$\Delta x = 6$
Jadi, $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

LIVEWORKSHEETS

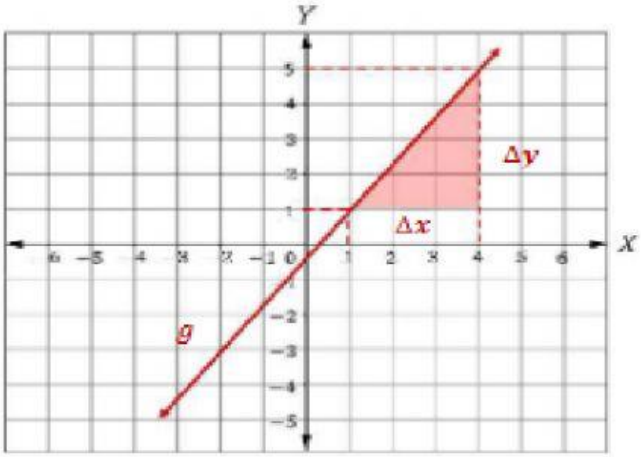
D. Menentukan Gradien/ Kemiringan Garis

1. Gradien garis pada koordinat kartesius

   Perhatikanlah gambar berikut. Gradien garis g adalah ...



Penyelesaian :



Gradien garis g bernilai positif, karena garis miring ke kanan.

Dari gambar diketahui bahwa :

$\Delta y = 4$

$\Delta x = 3$

Sehingga, gradien garis g adalah

$m_g = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

2. Gradien dari suatu persamaan garis lurus

   Gradien garis dengan persamaan $y = mx + c$ adalah m.

   Contoh :

   a. Tentukanlah gradien dari persamaan $y = 2x + 4$.

      Penyelesain :

      Gradien garis $y = 2x + 4$ adalah $m =$

   b. Tentukanlah gradien dari persamaan $4y + 3x = 12$

      Penyelesain :

      Ubah persamaan garis ke bentuk umum $y = mx + c$

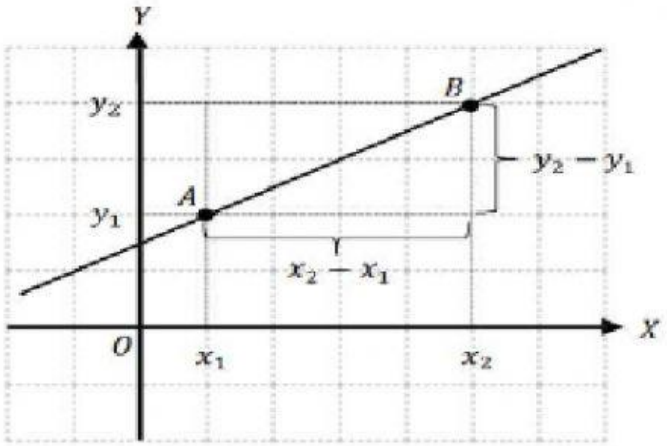
$$4y + 3x = 12 \Leftrightarrow 4y = 12 - 3x$$
$$4y = -3x + 12$$
$$y = \frac{-3x + 12}{\cdots\cdots}$$
$$y = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} + \cdots\cdots$$

Jadi, gradien garis $4y + 3x = 12$ adalah $m = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

LIVEWORKSHEETS

3. Gradien garis yang melalui dua titik

Perhatikanlah gambar berikut ini.



Jika diketahui dua titik yang dilalui suatu garis lurus, misalnya $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$

maka gradiennya dapat diperoleh dengan rumus :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh soal :

a. Tentukan gradien garis yang menghubungkan pasangan titik $P(-3, 6)$ dan $Q(5, -4)$!

Penyelesaian :

$P(-3, 6)$, maka $x_1 = -3$ dan $y_1 = 6$

$Q(5, -4)$, maka $x_2 = 5$ dan $y_2 = -4$

Jadi, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{.....} - \cdots.}{\text{.....} - (\text{.....})} = \frac{\text{.....} - \cdots.}{\text{.....} + \cdots\text{...}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

b. Garis k melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(2, p)$ serta memiliki nilai kemiringan ½. Nilai p adalah ...

Penyelesaian :

$A(-2, 3)$, maka $x_1 = -2$ dan $y_1 = 3$

$B(2, p)$, maka $x_2 = 2$ dan $y_2 = p$

$m = \frac{1}{2}$

Masukkan nilai-nilai yang diketahui ke dalam rumus

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....} - \cdots.}{\text{.....} - (\text{.....})}$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....} - \cdots.}{\text{.....} + \cdots\text{...}}$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....} - \cdots.}{\text{.....}}$$

..... (..... - .....) = ... (perkalian silang)

..... - ..... = ...

..... = ... + ...

..... = ...

p = $\frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ = ...

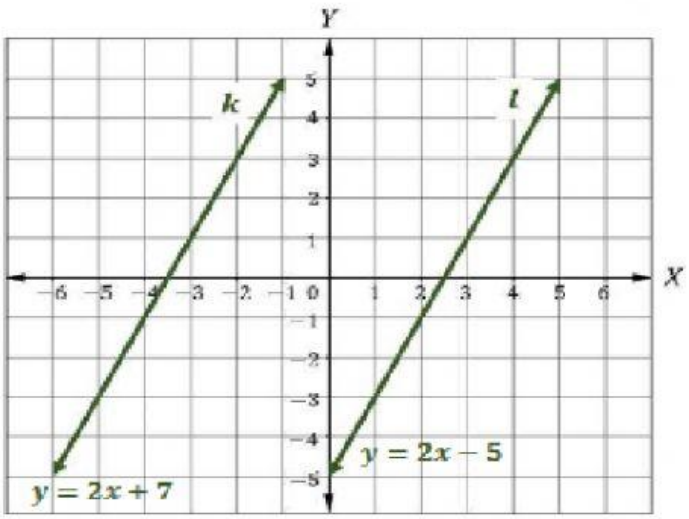
Jadi, nilai p = ...

LIVEWORKSHEETS

E. Hubungan gradien garis

1. Gradien garis yang saling sejajar

Pada gambar di bawah ini, garis k dan garis l saling sejajar.



Persamaan garis k adalah $y = 2x + 7$
Gradien garis $k = m_k = 2$

Persamaan garis l adalah $y = 2x - 5$
Gradien garis $l = m_l = 2$

Gradien kedua garis tersebut sama, yaitu :

$$m_k = m_l = 2$$

Dapat disimpulkan bahwa, garis-garis yang sejajar memiliki gradien yang sama *atau* jika garis-garis memiliki gradien yang sama, maka pasti garis-garis tersebut saling sejajar.

Contoh :

Di antara persamaan berikut ini, manakah persamaan garis yang grafiknya saling sejajar ?

a) $2y = 8x + 20$
b) $6y = 12x + 18$
c) $3y = 12x + 15$

Penyelesaian :

Cari nilai m atau gradien dari masing-masing persamaan garis.

a) $2y = 8x + 20$

$y = \frac{8x + 20}{\quad}$

$y =$ ..... + ...

Jadi, $m =$ .....

b) $6y = 12x + 18$

$y = \frac{12x + 18}{\quad}$

$y =$ ..... + ...

Jadi, $m =$ .....

c) $3y = 12x + 15$

$y = \frac{12x + 15}{\quad}$

$y =$ ..... + ...

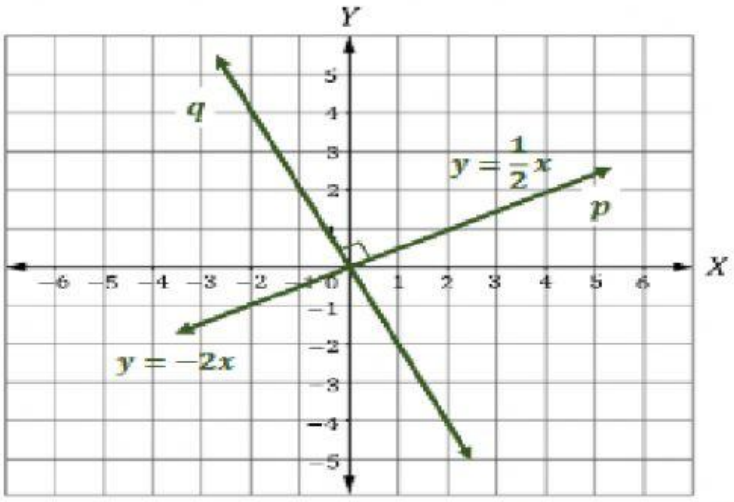
Jadi, $m =$ .....

Dari perhitungan di samping, dapat disimpulkan bahwa garis dengan persamaan ..... sejajar dengan ..... karena memiliki gradien/ kemiringan garis yang sama yaitu $m =$ .....

LIVEWORKSHEETS

2. Gradien garis yang saling tegak lurus

Pada gambar di bawah ini, garis p dan garis q saling tegak lurus.



Persamaan garis p adalah $y = \frac{1}{2}x$

Gradien garis $p = m_p = \frac{1}{2}$

Persamaan garis q adalah $y = -2x$

Gradien garis $q = m_q = -2$

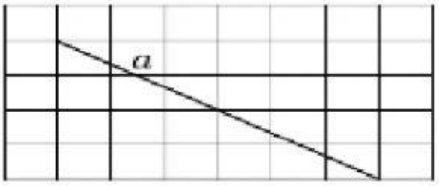
Gradien garis p tidak sama dengan gradien garis q. Hasil kali gradien garis p dan garis q, yaitu :

$$m_p \times m_q = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

Dapat disimpulkan bahwa, hasil kali gradien-gradien garis yang saling tegak lurus adalah -1. Atau, dua garis yang saling tegak lurus memiliki nilai gradien yang saling berkebalikan serta berlawanan tanda (+) dan (−) nya.

Contoh soal :

a. Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis yang tegak lurus dengan garis a adalah ...

Penyelesaian :

Carilah gradien garis a

$$m_a = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$$

Maka, gradien garis yang tegak lurus dengan garis a adalah

$$m = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$$

Karena, $\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} \times \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \cdots$.

b. Diketahui garis PQ melalui koordinat titik P(−6, 8) dan Q(4, −7). Jika garis k tegak lurus dengan garis PQ, berapakah gradien dari garis k ?

Penyelesaian :

Carilah gradien garis PQ

P(−6, 8), maka $x_1 = -6$ dan $y_1 = 8$

Q(4, −7), maka $x_2 = 4$ dan $y_2 = -7$

LIVEWORKSHEETS

$$m_{PQ} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\ldots\ldots - \ldots\ldots}{\ldots\ldots - (\ldots\ldots)} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

Maka, gradien garis k yang tegak lurus dengan garis PQ adalah

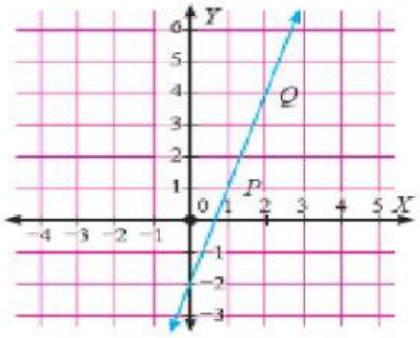
$$m = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

Karena, $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots$.

Latihan Mandiri 2

Kerjakanlah soal-soal berikut ini untuk mengetahui seberapa jauh kalian telah memahami materi. 😊

1. Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis di atas adalah ...

A. 3 C. $\frac{1}{3}$

B. -3 D. $-\frac{1}{3}$

2. Gradien dari persamaan $2y - 8x + 16 = 0$ adalah ...

A. 4 C. $\frac{1}{4}$

B. -4 D. $-\frac{1}{4}$

3. Gradien dari persamaan $y = 5 - 7x$ adalah ...

A. -5 C. -7

B. 5 D. 7

4. Garis k melalui titik $(-4, 5)$ dan $(-1, 3)$. Kemiringan garis k adalah ...

A. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$

5. Diketahui garis PQ melalui koordinat titik P$(-6, 8)$ dan Q$(4, -7)$. Jika garis CD sejajar dengan garis PQ, kemiringan garis CD adalah ...

A. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$

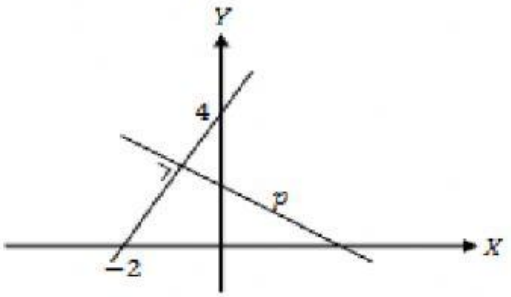
B. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

6. (Soal PAS tahun 2019)
Garis m melalui titik $(1, -2)$ dan $(3, 4)$. Garis n tegak lurus terhadap garis m. Gradien garis n adalah ...

A. -3 C. $\frac{1}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$ D. 3

7. (Soal PAS tahun 2019)
Perhatikanlah gambar berikut.

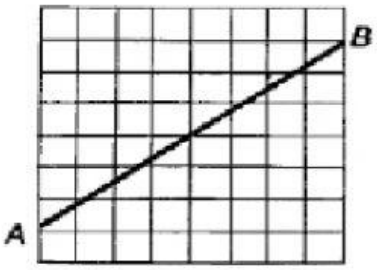


Gradien garis p adalah ...

A. 2 C. $\frac{1}{2}$

B. -2 D. $-\frac{1}{2}$

8. (Soal PAS tahun 2018)
Perhatikan gambar berikut.



Jika garis g tegak lurus dengan garis AB, maka gradien garis g adalah ...

A. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$

LIVEWORKSHEETS