

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

NILAI LIMIT FUNGSI ALJABAR DI TAK HINGGA



Waktu 30 menit

Satuan Pendidikan : SMKN 1 Bulakamba
Mata pelajaran : Matematika
Kelas/ Semester : XII/ 1
Materi pokok : Limit Fungsi Aljabar

Anggota Kelompok:

1.
2.
3.
4.

Petunjuk

1. Jawablah setiap pertanyaan berikut dengan berdiskusi dengan temanmu.
2. Isilah titik-titik dengan jawaban yang benar.



Kompetensi Dasar

- 3.30 Menentukan nilai limit fungsi aljabar.
4.30 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar.



Tujuan Pembelajaran

- 1) Setelah berdiskusi dan mengisi LKPD berbasis PBL, peserta didik mampu **menentukan** nilai limit fungsi aljabar di tak hingga dengan tepat. **(C2)**
- 2) Setelah berdiskusi dan menggali informasi, peserta didik dapat **mengaitkan** masalah kontekstual dengan konsep nilai limit fungsi aljabar di tak hingga dengan benar. **(C4)**
- 3) Setelah berdiskusi, peserta didik dapat **menyelesaikan** masalah kontekstual berkaitan dengan nilai limit fungsi aljabar di tak hingga dengan benar. **(P4)**

SINTAK 1: Orientasi Masalah pada Peserta Didik



Diameter silinder sebuah mesin sepeda motor diperkirakan akan mengalami keausan ketika kendaraan sering digunakan untuk menempuh perjalanan yang cukup jauh. Pada jarak 0 km, standar diameter silinder sebuah mesin sepeda motor Supra X 125 yaitu sebesar 52.4 mm. Diameter silinder mesin sepeda motor tersebut dapat dinyatakan dalam fungsi berikut.

$$D(x) = 102,4 - \frac{100}{x+2} \text{ (dalam mm)}$$

Bagaimana menghitung perkiraan diameter silinder mesin tersebut pada jarak tempuh yang sangat jauh di masa mendatang?

SINTAK 2: Mengorganisasi Peserta Didik dalam Belajar

Ayo membentuk kelompok belajar yang terdiri dari 4 orang. Kemudian diskusikan permasalahan di atas dan permasalahan lain yang disajikan pada LKPD ini. Isikan hasil diskusi kalian pada kolom jawaban yang sudah disediakan!

SINTAK 3: Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok

KEGIATAN 1: TENTUKAN HASIL LIMIT FUNGSI UNTUK x MENDEKATI TAK HINGGA BERIKUT DENGAN BANTUAN TABEL!

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{3x+4}$

x	9	99	9.999	99.999	999.999	9.999.999	...	∞
$f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$	0,65448	0,654485	0,666544	0,6666544	0,6666654	0,6666665	...	$\frac{2}{3}$

Dengan memperhatikan tabel-tabel di atas dapat disimpulkan bahwa

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{3x+4} = \frac{2}{3}$$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{5x+4}$

x	9	99	9.999	99.999	999.999	9.999.999	...	∞
$f(x) = \frac{x^2+1}{5x+4}$	1,67	19,64	1.999,64	19.999,64	199.999,64	1.999.999,64	...	∞

Dengan memperhatikan tabel-tabel di atas dapat disimpulkan bahwa

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{5x+4} = \infty$$

Anak-anak, selain menggunakan tabel, menyelesaikan limit di tak hingga juga bisa menggunakan metode substitusi langsung, membagi dengan variabel pangkat tertinggi, dan dengan merasionalkan penyebut. Nah, supaya lebih paham, ayo kalian lakukan kegiatan belajar selanjutnya.

KEGIATAN 2: TENTUKAN HASIL LIMIT FUNGSI UNTUK x MENDEKATI TAK HINGGA BERIKUT DENGAN METODE SUBSTITUSI!

Sebelum kalian mengerjakan, perhatikan catatan berikut.

- a. $\infty \pm k = \infty$, $k \in \mathbb{R}$
- b. $k \times \infty = \infty$, $k \in \mathbb{R}$
- c. $\infty^k = \infty$, $k \in \mathbb{R}$
- d. $k^\infty = \begin{cases} 0, & \text{jika } 0 < k < 1 \\ \infty, & \text{jika } k > 1 \end{cases}$

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} x + 7 = \infty + 7 = \infty$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^2 + x - 8 = 3(\infty)^2 + \infty - 8$

$$= 3(\infty) + \infty - 8$$

$$= \infty + \infty - 8 = \infty$$

KEGIATAN 3: TENTUKAN HASIL LIMIT FUNGSI UNTUK x MENDEKATI TAK HINGGA BERIKUT DENGAN METODE MEMBAGI DENGAN VARIABEL PANGKAT TERTINGGI!

Sebelum kalian mengerjakan, perhatikan catatan berikut.

a. $\frac{k}{0} = \infty, k \in \mathbb{R}$

b. $\frac{0}{k} = 0, k \in \mathbb{R}$

c. $\frac{k}{\infty} = 0, k \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 5} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{6x}{x^2} + \frac{9}{x^2}}{\frac{x}{x^2} - \frac{5}{x^2}} \\&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}}{\frac{1}{x} - \frac{5}{x^2}} \\&= \frac{1 - \frac{6}{\infty} + \frac{9}{\infty^2}}{\frac{1}{\infty} - \frac{5}{\infty^2}} \\&= \frac{1 - 0 + 0}{0 - 0} = \frac{1}{0} = \infty\end{aligned}$$

KEGIATAN 4: TENTUKAN HASIL LIMIT FUNGSI UNTUK x MENDEKATI TAK HINGGA BERIKUT DENGAN MERASIONALKAN PENYEBUT!

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} \times \frac{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 3x - 1})^2 - (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^2}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 3x - 1) - (x^2 - 2x + 1)}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 2}{\sqrt{x^2 + 3x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x}{x} - \frac{2}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{2x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}} \\
 &= \frac{5 - \frac{2}{\infty}}{\sqrt{1 + \frac{3}{\infty} - \frac{1}{\infty^2}} + \sqrt{1 - \frac{2}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}}}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{1} + \sqrt{1}}$$

$$= \frac{5}{1 + 1} = \frac{5}{2}$$

KEGIATAN 5: SELESAIKAN PERMASALAHAN BERIKUT DENGAN SALAH SATU METODE PENGHITUNGAN NILAI LIMIT FUNGSI DI TAK HINGGA!

Diameter silinder sebuah mesin sepeda motor diperkirakan akan mengalami keausan ketika kendaraan sering digunakan untuk menempuh perjalanan yang cukup jauh. Pada jarak 0 km, standar diameter silinder sebuah mesin sepeda motor Supra X 125 yaitu sebesar 52.4 mm. Diameter silinder mesin sepeda motor tersebut dapat dinyatakan dalam fungsi berikut.

$$D(x) = 102,4 - \frac{100}{x+2} \text{ dalam mm.}$$

Perkiraan diameter silinder mesin tersebut pada jarak tempuh yang sangat jauh di masa mendatang adalah

Langkah Penyelesaian:

Diketahui: Fungsi diameter silinder mesin $D(x) = 102,4 - \frac{100}{x+2}$

Ditanyakan: Perkiraan diameter silinder mesin tersebut pada jarak tempuh yang sangat jauh di masa mendatang

Jawab:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} D(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 102,4 - \frac{100}{x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} 102,4 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100}{x+2} \\ &= 102,4 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{100}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{2}{x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 102,4 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{100}{x}}{1 + \frac{2}{x}} \\
 &= 102,4 - \frac{\frac{100}{\infty}}{1 + \frac{2}{\infty}} \\
 &= 102,4 - \frac{0}{1 + 0} = 102,4 - \frac{0}{1} = 102,4 - 0 = 102,4
 \end{aligned}$$

Jadi, perkiraan diameter silinder mesin tersebut pada jarak tempuh yang sangat jauh di masa mendatang = 102,4 mm.

SINTAK 4: Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

Setelah selesai mengisi jawaban dari setiap permasalahan, perwakilan kelompok dipersilakan untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Anggota dari kelompok lain yang sedang tidak presentasi, silakan memberikan tanggapan atau pertanyaan.

SINTAK 5: Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah

Anak-anak, kalian sudah mempresentasikan hasil diskusi dan mendapat penguatan dari guru. Pada tahap ini, coba kalian simpulkan apa yang sudah kalian pahami dari materi yang sudah dibahas pada pertemuan ini. Kesimpulan yang kalian peroleh, silakan ditulis pada kolom berikut.



AYO MENYIMPULKAN!

Nilai limit fungsi aljabar di tak hingga dapat ditentukan dengan 3 cara:

1. Cara substitusi
2. Cara membagi dengan variable pangkat tertinggi
3. Cara merasionalkan penyebut