

E-LKPD

Matematika (A) Kelas XI

KD.3.5 dan 4.5

Penyusun: Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.

Transformasi Geometri

Refleksi



Kelas : ...

Nama/ No

1. ... / ...
2. ... / ...



Kompetensi Dasar

3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

Indikator Pencapaian

3.5.1. Menjelaskan transformasi Refleksi.(C2)

4.5.5. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri Refleksi(C3);

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dan menyelesaikan LKPD dengan bimbingan guru, peserta didik diharapkan mampu : Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks sehingga peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri serta menyadari bahwa setiap masalah matematika yang berkaitan dengan materi ini memiliki solusi asalkan pembelajaran diikuti dengan disiplin, integritas tinggi, pantang menyerah, dan berserah kepada Tuhan Yang Maha Esa.

Petunjuk :

- 👉 Bacalah materi terkait dengan perkalian dua matriks berikut;
- 👉 Diskusikan setiap soal pada LKPD berikut bersama teman sebangku;
- 👉 Ikuti petunjuk pada setiap aktivitas yang ada.
- 👉 Presentasikan aktivitas yang ada di LKPD berikut!



Aktivitas 1 : Mencermati kegiatan bercermin



Tentu kamu pernah bercermin.

Coba cermatilah ketika kamu bercermin.

- Apakah bayanganmu dalam cermin memiliki ukuran dan bentuk yang sama dengan dirimu?
- Apakah jarakmu ke cermin sama dengan jarak bayangan ke cermin?
- Apakah arah gerakan yang kamu lakukan di depan cermin sama dengan arah gerakan bayanganmu?

Kesimpulan

Berdasarkan pengamatan saya, sifat-sifat bayangan pada kegiatan pencerminan adalah :

Bentuk dan ukuran objek yang bercermindengan bayangan.

Jarak objek ke cermin dengan jarak bayangan ke cermin.

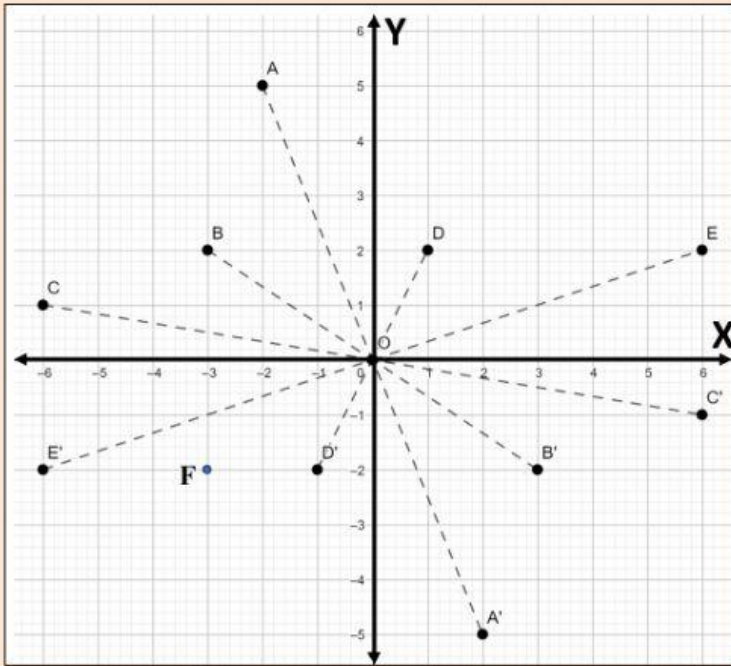
Arah gerakan objek yang bercermin Dengan arah Gerakan bayangan.

Aktivitas 2 : Menyimak Video

Simaklah video berikut ini!

Aktivitas 3 : Menyelidiki Pencerminkan Titik pada Bidang Cartesius

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Pencerminkan dengan cermin titik $O(0,0)$

Titik $A(-2,5)$ dicerminkan terhadap titik $O(0,0)$ menghasilkan bayangan titik $A'(2, -5)$.

Cara menotasikannya adalah:

$$A(-2,5) \xrightarrow{Mo(0,0)} A'(2, -5)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(....,) \xrightarrow{Mo(0,0)} B'(....,)$$

$$C(....,) \xrightarrow{Mo(0,0)} C'(....,)$$

$$D(....,) \xrightarrow{Mo(0,0)} D'(....,)$$

$$E(....,) \xrightarrow{Mo(0,0)} E'(....,)$$

$$F(....,) \xrightarrow{Mo(0,0)} F'(....,)$$

Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap titik $O(0,0)$, maka bayangannya adalah $A'(-x, -y)$, atau

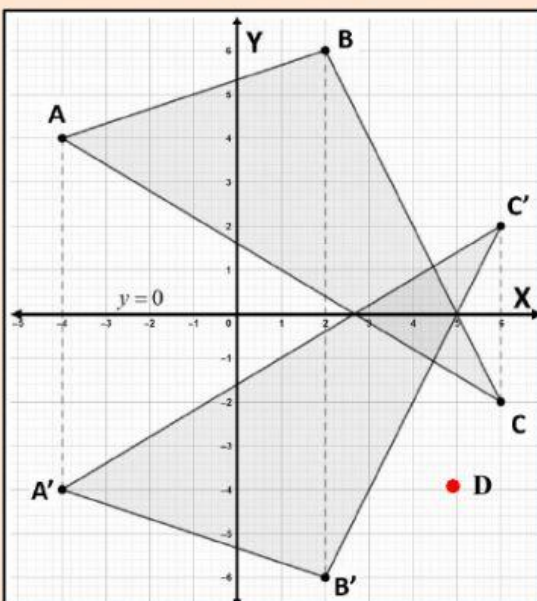
$$A(x, y) \xrightarrow{Mo(0,0)} A'(x', y'),$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ disebut matriks transformasi refleksi terhadap titik $O(0,0)$.

Pencerminkan dengan cermin terhadap sumbu X

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Titik $A(-4,4)$ dicerminkan terhadap titik sumbu X menghasilkan bayangan titik $A'(-4,-4)$.

Cara menotasikannya adalah:

$$A(-4,4) \xrightarrow{Mx} A'(-4,-4)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(....,) \xrightarrow{Mx} B'(....,)$$

$$C(....,) \xrightarrow{Mx} C'(....,)$$

$$D(....,) \xrightarrow{Mx} D'(....,)$$

Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu X atau garis $y = 0$, maka bayangannya adalah $A'(x, -y)$, atau

$$A(x, y) \xrightarrow{Mx} A'(x', y'),$$

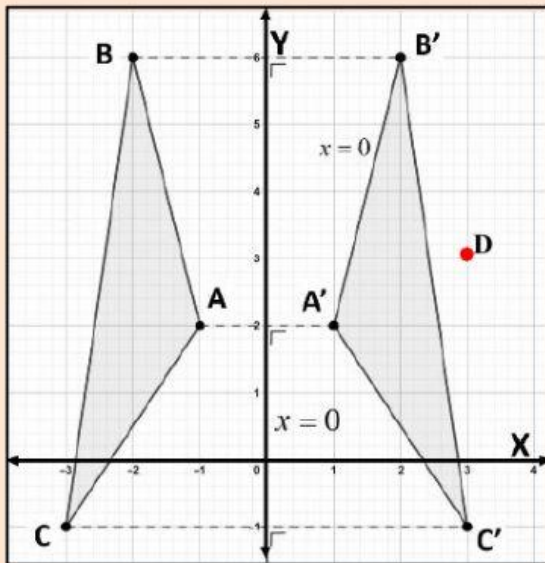
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

Matriks $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ disebut matriks transformasi refleksi

terhadap sumbu X.

Pencerminan dengan cermin terhadap sumbu Y

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Titik A(-1,2) dicerminkan terhadap titik sumbu Y menghasilkan bayangan titik A'(1, 2).

Cara menotasikannya adalah:

$$A(-1,2) \xrightarrow{M_y} A'(1,2)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(.....,) \xrightarrow{M_x} B'(.....,)$$

$$C(.....,) \xrightarrow{M_x} C'(.....,)$$

$$D(.....,) \xrightarrow{M_x} D'(.....,)$$

Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu Y atau garis $x = 0$, maka bayangannya adalah $A'(-x, y)$, atau

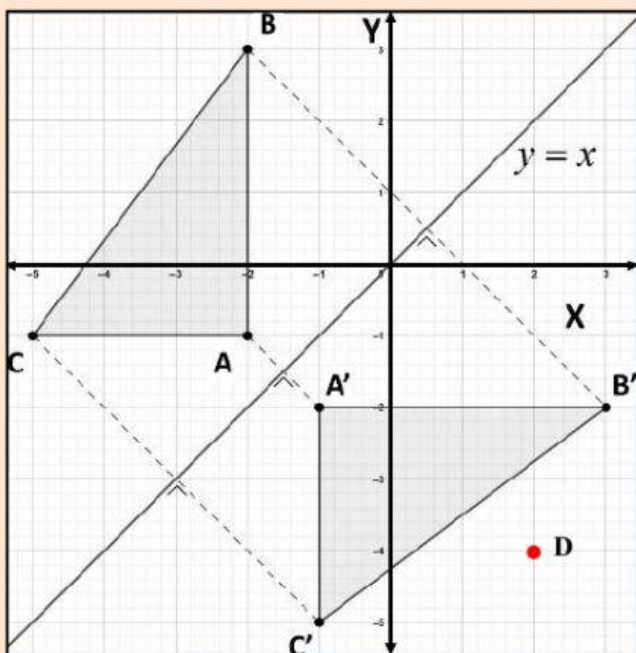
$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y'),$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

Matriks $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ disebut matriks transformasi refleksi

Pencerminan dengan cermin terhadap garis $y = x$

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Titik A(-2, -1) dicerminkan terhadap garis $y = x$ menghasilkan bayangan titik A'(-1, -2).

Cara menotasikannya adalah:

$$A(-2,-1) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(-1,-2)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(.....,) \xrightarrow{M_{y=x}} B'(.....,)$$

$$C(.....,) \xrightarrow{M_{y=x}} C'(.....,)$$

$$D(.....,) \xrightarrow{M_{y=x}} D'(.....,)$$

Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$, maka bayangannya adalah $A'(y, x)$,

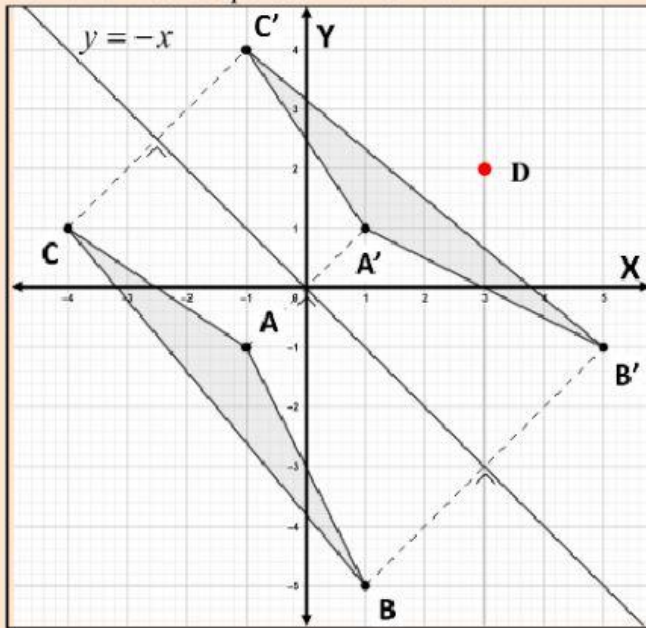
$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y'),$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

Matriks $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ disebut matriks transformasi refleksi terhadap garis $y = x$.

Pencerminan dengan cermin terhadap garis $y = -x$

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Titik $A(-1, -1)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ menghasilkan bayangan titik $A'(1, 1)$.

Cara menotasikannya adalah:

$$A(-1, -1) \xrightarrow{My=-x} A'(1, 1)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(.....,) \xrightarrow{My=-x} B'(.....,)$$

$$C(.....,) \xrightarrow{My=-x} C'(.....,)$$

$$D(.....,) \xrightarrow{My=-x} D'(.....,)$$

Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$, maka bayangannya adalah $A'(-y, -x)$,

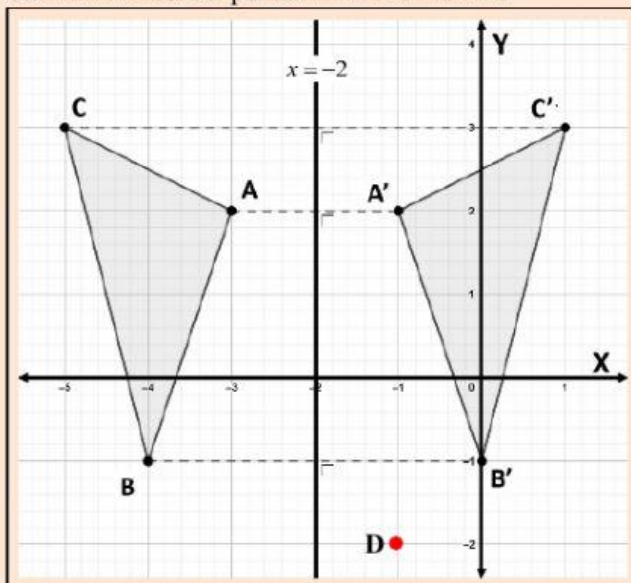
$$A(x, y) \xrightarrow{My=-x} A'(x', y'),$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

Matriks $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ disebut matriks transformasi refleksi terhadap garis $y = -x$.

Pencerminan dengan cermin terhadap garis $x = m$

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Titik $A(-3, 2)$ dicerminkan terhadap garis $x = m$ menghasilkan bayangan titik $A'(-1, 2)$.

Cara menotasikannya adalah:

$$A(-3, 2) \xrightarrow{Mx=m} A'(-1, 2)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(.....,) \xrightarrow{Mx=-2} B'(.....,)$$

$$C(.....,) \xrightarrow{Mx=-2} C'(.....,)$$

$$D(.....,) \xrightarrow{Mx=-2} D'(.....,)$$

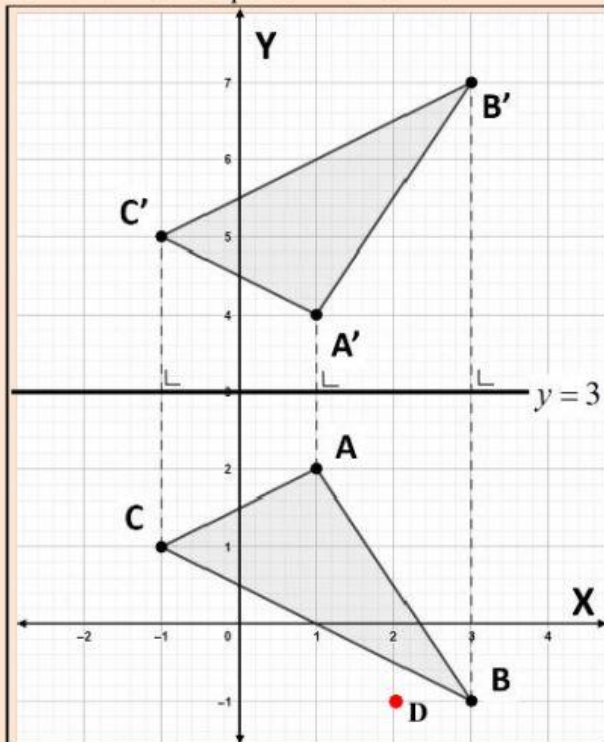
Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = m$, maka bayangannya adalah $A'(2m - x, y)$, atau

$$A(x, y) \xrightarrow{Mx=m} A'(x', y'),$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2m \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pencerminan dengan cermin terhadap garis $y = n$

Cermatilah ilustrasi pencerminan berikut ini!



Titik $A(1, 2)$ dicerminkan terhadap garis $y = n$ menghasilkan bayangan titik $A'(1, 4)$.

Cara menotasikannya adalah:

$$A(1, 2) \xrightarrow{My=3} A'(1, 4)$$

Tuliskan titik koordinat dan bayangan titik-titik berikut ini!

$$B(....,) \xrightarrow{My=3} B'(....,)$$

$$C(....,) \xrightarrow{My=3} C'(....,)$$

$$D(....,) \xrightarrow{My=3} D'(....,)$$

Apabila terdapat titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = n$, maka bayangannya adalah $A'(x, 2n - y)$,

$$A(x, y) \xrightarrow{My=n} A'(x', y')$$

atau

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2n \end{pmatrix}$$

Aktivitas 4 : Menyelesaikan masalah Pencerminan pada Garis

Tentukan hasil refleksi garis $2x - y = 6$ terhadap garis $y = -x$!

Jawab: $A(x, y) \xrightarrow{My=-x} A'(x', y')$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \cdot x + (-1) \cdot y \\ (-1) \cdot x + 0 \cdot y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$x' = \dots \Leftrightarrow y = \dots$$

$$y' = \dots \Leftrightarrow x = \dots$$

Substitusi x dan y ke persamaan garis

$$2x - y = 6:$$

$$2(\dots) - (\dots) = 6$$

$$\Leftrightarrow \dots = 6$$

$\therefore$ Bayangannya adalah ...