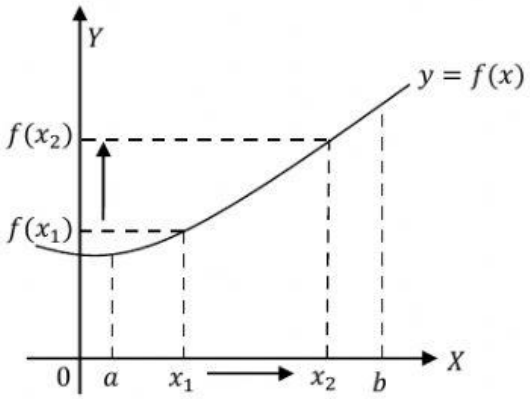
A. MATERI DASAR

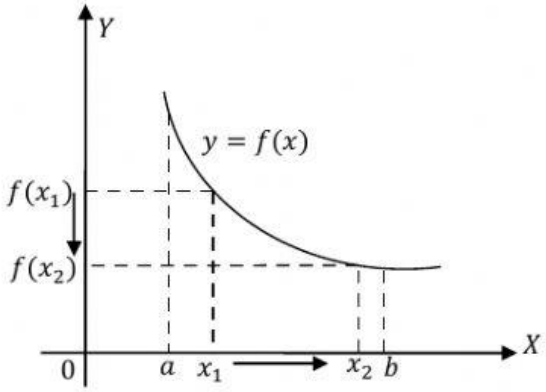
Telah dibahas pada buku matematika wajib kelas XI bahwa turunan pertama $f'(x) < 0$ menyatakan fungsi turun dan $f'(x) > 0$ menyatakan fungsi naik. Sedangkan, $f'(x) = 0$ menyatakan syarat titik stasioner. Fungsi naik atau fungsi turun disebut **fungsi monoton.**

Definisi Fungsi Monoton

Grafik fungsi $f(x)$ dikatakan naik pada selang $I(a,b)$ apabila untuk setiap $x_1, x_2 \in I$ dengan $x_2 > x_1$ berlaku $f(x_2) > f(x_2)$, **Gambar 4.1**. Sedangkan, $f(x)$ dikatakan turun pada selang $I(a,b)$ apabila untuk setiap $x_1, x_2 \in I$ dengan $x_2 > x_1$ berlaku $f(x_2) < f(x_1)$, **Gambar 4.2**



Gambar 4.1 Fungsi naik pada selang $I(a,b)$ karena untuk $x_2 > x_1$ berlaku $f(x_2) > f(x_1)$



Gambar 4.1 Fungsi turun pada selang $I(a,b)$ karena untuk $x_2 > x_1$ berlaku $f(x_2) < f(x_1)$

B. AYO BERFIKIR KRITIS !

Masalah

Sebuah lintasa rollercoaster dibentuk mengikuti fungsi f(x) =sin(2x) sehingga meghasilkan keadaan naik dan turun. Sebagai kontraktor harus mengukur bahan yang diperlukan sehingga tidak ada lintasan yang eror sebab akan menyebabkan kecekelakaan yang membahayakan. Sehingga, bantulah kontraktor tersebut untuk menentukan dimana fungsi akan naik dan fungsi akan turun !

Ayo Menalar

Penyelesaian

(1) Tentukan dahulu turunan pertama, $f'(x)$

$$f(x) = \sin(2x)$$

$$f'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

mulai menit ke 05: 00 - 10:00

LIVEWORKSHEETS

(2) Tentukan titik-titik stasioner dengan syarat $f'(x) = 0$

Jadi

$2\cos(.....) = 0$

$\cos(.....) = 0$

$\cos(.....) = \cos(.....^\circ)$

$(.....x\ ) = (.....^\circ)$ → Persamaan dasar

Persamaan di kuadran I

$(2x) = (.....^\circ) + k.360^\circ$

$(x) = (.....^\circ) + k.....^\circ$

$k = -1 \rightarrow x = ...$(*memenuhi / tidak memenuhi*)

$k = 0 \rightarrow x = ...$(*memenuhi / tidak memenuhi*)

$k = 1 \rightarrow x = ...$(*memenuhi / tidak memenuhi*)

Persamaan di kuadran IV $(360 - ...)$

$(2x) = (360 - .....^\circ) + k.360^\circ$

$(x) = (.....^\circ) + k.....^\circ$

$k = -1 \rightarrow x = ...$(*memenuhi / tidak memenuhi*)

$k = 0 \rightarrow x = ...$(*memenuhi / tidak memenuhi*)

$k = 1 \rightarrow x = ...$(*memenuhi / tidak memenuhi*)

Jadi, dalam interval $0 < x < 270^0$ ada tiga absis atau (x) yang memenuhi yaitu ……, ……, *dan* ……

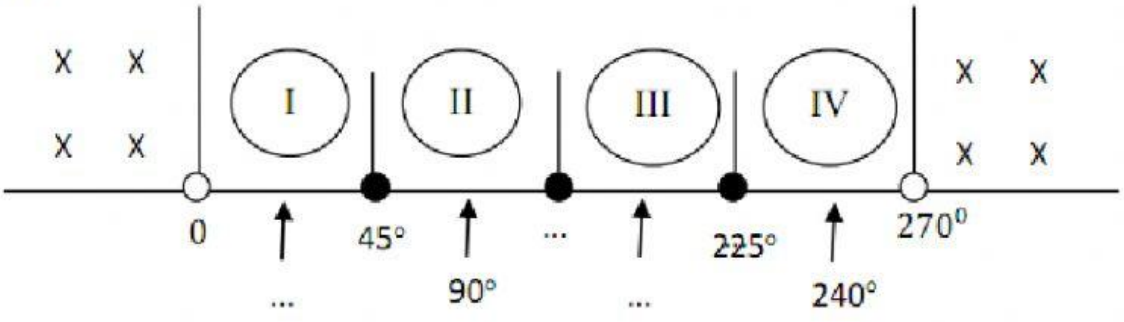
(3) Menentukan tanda $f'(x)$ di sisi kiri dan sisi kanan titik stasioner dalam suatu daerah untuk selang yang diberikan $(0 < x < 270.)$

Ketiga titik stasioner akan membagi interval $(0 < x < 2\pi)$ menjadi 4 daerah.

Daerah I untuk $0 < x < 45^0$; daerah II untuk …. $< x < 135^0$; daerah III untuk …. $< x <$. ... dan daerah IV …. $< x < 270^0$.

Untuk menentukan tanda setiap selang kita perlu memilih salahsatu absis x yang **mudah untuk dihitung (sudut-sudut istimewa).**

Misalnya, dalam daerah I: $0 < x < 45^0$ kita memilih $x = 30^0$; daerah II: ... $< x <$ 135^0 kita memilih $x =$. ... ; daerah III: ... $< x <$... kita memilih $x =$. ... ; dan daerah IV: …. $< x < 270^0$ kita memilih $x =$. ... . Proses ini ditunjukkan pada gambar **Gambar 4.2**



Gambar 4.2 Titik-titik stasioner $f(x) = \sin(2x)$ yang membagi selang $(0,270^0)$ atas empat daerah

LIVEWORKSHEETS

Mari kita tentukan tanda (positif atau negatif) dari $f'(x) = 2\cos(2x)$ pada setiap daerah untuk absis x yang telah dipilih.

Daerah I $(0 < x < 45^0)$ untuk $x = 30^0$

$f'(30^0) = 2\cos(2x) = 2\cos(60^0)$

$= 2(\ldots\ \ldots)$

$=\ldots\ldots\ldots\ldots$(*positif/negatif)

Daerah II (…. … $< x <$ …) untuk $x =$ …

$f'(\ldots.\ldots) = 2\cos(2x) = 2\cos(\ldots\ldots^0)$

$= 2(\ldots\ \ldots)$

$=\ldots\ldots\ldots\ldots$(*positif/negatif)

Daerah III (…. … $< x <$ …) untuk $x =$ …

$f'(\ldots.\ldots) = 2\cos(2x) = 2\cos(\ldots\ldots^0)$

$= 2(\ldots\ \ldots)$

$=\ldots\ldots\ldots\ldots$(*positif/negatif)

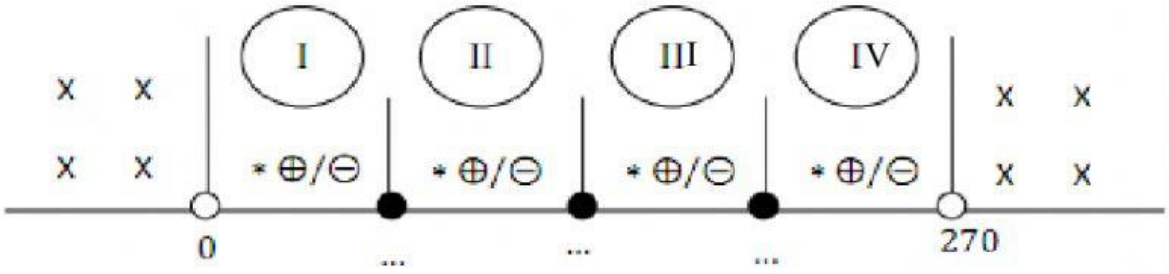
Daerah IV (…. … $< x <$ …) untuk $x =$ …

$f'(\ldots.\ldots) = 2\cos(2x) = 2\cos(\ldots\ldots^0)$

$= 2(\ldots\ \ldots)$

$=\ldots\ldots\ldots\ldots$(*positif/negatif)

Tanda-tanda $f'(x)$ untuk setiap daerah yang telah diuji di atas ditunjukkkan pada **Gambar 4.3**



Gambar 4.3 Titik-titik stasioner (bulatan hitam) berikut tanda-tanda $f'(x)$ dalam tiap daerah.

(4) Menentukan selang di mana fungsi naik atau turun

Daerah di mana tanda $f'(x) > 0$ menyatakan selang fungsi naik dan tanda $f'(x) < 0$ menyatakan selang fungsi turun. Dengan memerhatikan secara saksama **Gambar 4.3**, jelas bahwa:

fungsi naik dalam daerah … : … $< x <$ ⋯ dan

daerah … : … $< x <$ ⋯

fungsi turun dalam daerah … : … $< x <$ ⋯ dan

daerah IV : … $< x <$ ⋯

LIVEWORKSHEETS