LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

KONSEP DAN SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI ALJABAR

Waktu 20 menit

Satuan Pendidikan	: SMKN 1 Bulakamba
Mata pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: XII/ 1
Materi pokok	: Limit Fungsi Aljabar

Anggota Kelompok:

1. .....
2. .....
3. .....
4. .....

Petunjuk

1. **Jawablah setiap pertanyaan berikut dengan berdiskusi dengan temanmu.**
2. **Isilah titik-titik dengan jawaban yang benar.**

Kompetensi Dasar

3.30 Menentukan nilai limit fungsi aljabar.

4.30 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar.

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.30.1 **Memahami** konsep limit fungsi aljabar secara intuitif. ***(C2)***

3.30.2 **Menganalisis** eksistensi limit fungsi aljabar di suatu titik. ***(C4)***

3.30.3 **Menganalisis** sifat-sifat limit fungsi aljabar. ***(C4)***

4.30.1 **Menyelesaikan** masalah yang berkaitan dengan konsep limit. ***(P4)***

LIVEWORKSHEETS

Tujuan Pembelajaran

Pertemuan 1

1) Setelah berdiskusi dan mengamati grafik fungsi pada aplikasi geogebra, peserta didik mampu **memahami** konsep limit fungsi aljabar secara intuitif dengan benar. ***(C2)***
2) Setelah berdiskusi dan mengisi LKPD berbasis PBL, peserta didik mampu **menganalisis** eksistensi limit fungsi aljabar di suatu titik dengan tepat. ***(C4)***

Pertemuan 2

1) Setelah berdiskusi dan mengisi LKPD berbasis PBL, peserta didik mampu **menganalisis** sifat-sifat limit fungsi aljabar dengan tepat. ***(C4)***
2) Setelah melakukan diskusi kelompok, peserta didik mampu **menyelesaikan** masalah yang berkaitan dengan konsep limit dengan benar. ***(P4)***

PERTEMUAN 1

Ayo Menggali Pengetahuan Prasyarat

1. Diberikan himpunan A ={-2,-1,0,1} dan himpunan B={0,1,2,3,4}. Fungsi $f: A \rightarrow B$ ditentukan oleh f = {(-2,0),(-1,1),(0,2),(1,3)} Tentukan:
   a. Domain = ...
   b. Kodomain =.....
   c. Range =.....

LIVEWORKSHEETS

SINTAK 1: Orientasi Masalah pada Peserta Didik

Seorang atlet bola voli sedang melakukan gerakan smash terhadap bola yang telah di-over menuju ke arahnya. Atlet tersebut melompat dan bergerak menuju bola sehingga pada saat tertentu dia akan menyentuh bola pada ketinggian tertentu, bukan? Atlet tersebut hanya dapat menyentuh bola jika ketinggian tangannya meraih bola sama dengan ketinggian bola. Jika kita amati kasus ini dengan pendekatan koordinat, dapatkah kamu sketsa detik-detik pergerakan bola dan atlet sampai tangan atlet menyentuh bola?

SINTAK 2: Mengorganisasi Peserta Didik dalam Belajar

Ayo membentuk kelompok belajar yang terdiri dari 4 orang. Kemudian diskusikan permasalahan di atas dan permasalahan lain yang disajikan pada LKPD ini. Isikan hasil diskusi kalian pada kolom jawaban yang sudah disediakan!

SINTAK 3: Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok

Masalah 1

Diketahui fungsi $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x) = 2x - 1$ dengan domain $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$. Selidikilah apakah $f(x) = 2x - 1$ untuk x mendekati 3 mempunyai limit atau tidak!

Tahapan Penyelidikan:

1. Tentukan nilai $f(3)$!

   Jawab:

   $f(3)$ = ...

LIVEWORKSHEETS

2. Pilihlah sebarang nilai x disekitar 3 dan substitusikan ke $f(x)$. Kemudian tuliskan dalam table yang tersedia secara berurutan.

   Jawab:

   Tabel 1. Nilai pendekatan $f(x)$ untuk setiap nilai x mendekati 3 dari kiri

x	2	...	...	2,8	...	...	2,9999
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...

   Tabel 2. Nilai pendekatan $f(x)$ untuk setiap nilai x mendekati 3 dari kanan

x	3,0001	...	...	3,5	...	...	4
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...

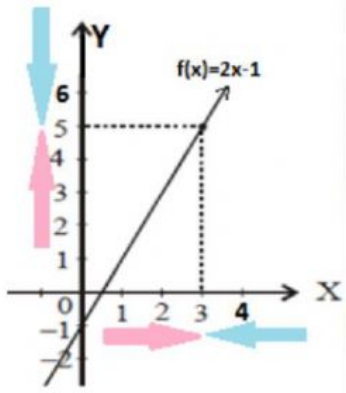
3. Buat tabel fungsi $f(x)$ berdasarkan tahap 1-2!

   Jawab:

   Tabel 3. Nilai pendekatan $f(x)$ untuk setiap nilai x di 3 dan sekitar 3

x	2	...	...	2,8	...	...	2,9999	...	3	...	3,0001	...	3,5	...	...	4
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

4. Perhatikan hubungan nilai pendekatan pada tabel dengan grafik fungsi $f(x)$!



Gambar 1. Grafik fungsi $f(x) = 2x - 1$

Pada tabel dan grafik di samping, terlihat jika mensubstitusikan nilai mendekati 3 dari kiri akan menghasilkan nilai $f(x)$ mendekati ... dan jika mensubstitusikan nilai mendekati 3 dari kanan akan menghasilkan nilai $f(x)$ mendekati ... . Sehingga diperoleh bahwa jika x mendekati ... dari kiri maupun kanan, maka nilai fungsi $f(x)$ mendekati ....

5. Jika kata mendekati disimbolkan dengan sebuah panah ($\rightarrow$) maka pernyataan di atas dapat kita tulis:

$$x \rightarrow \ldots \text{ dan } f(x) \rightarrow \ldots$$

LIVEWORKSHEETS

6. Apabila x mendekati ... dari kiri dan kanan menghasilkan bilangan ... , maka kita dapat mengubah pernyataan ini ke dalam bentuk:

$$\lim_{x\to\cdots}(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) = \cdots$$

7. Kita baca limit fungsi ..... untuk x mendekati ..... sama dengan .....
8. Analisa hasil limit kiri dan limit kanan dari tabel maupun grafik.
   a) Limit Kiri
      Ketika nilai x mendekati 3 dari kiri, nilai $f(x)$ mendekati ...
      Ditulis: $\lim_{x\to\ldots^-}(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) = \cdots$
   b) Limit Kanan
      Ketika nilai x mendekati 3 dari kanan, nilai $f(x)$ mendekati ...
      Ditulis: $\lim_{x\to\ldots^+}(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) = \cdots$

   Karena nilai limit kiri (</ = / >) nilai limit kanan, maka fungsi $f(x) = 2x - 1$ untuk x mendekati 3 (mempunyai/tidak mempunyai) limit.

Masalah 2

Diketahui fungsi $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1$ dengan domain $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, x \neq 1\ \}$.

Selidikilah apakah $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ untuk x mendekati 1 mempunyai limit atau tidak!

Tahapan Penyelidikan:

1. Tentukan nilai $g(1)$!
   Jawab:
   $g(1)$ = ...
2. Pilihlah sebarang nilai x disekitar 1 dan substitusikan ke $g(x)$. Kemudian tuliskan dalam tabel yang tersedia secara berurutan.
   Jawab:
   Tabel 4. Nilai pendekatan $g(x)$ untuk setiap nilai x mendekati 1 dari kiri

x	0	...	...	...	0,9	...	...
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

Tabel 5. Nilai pendekatan $g(x)$ untuk setiap nilai x mendekati 1 dari kanan

x	...	...	1,1	...	...	...	2
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...

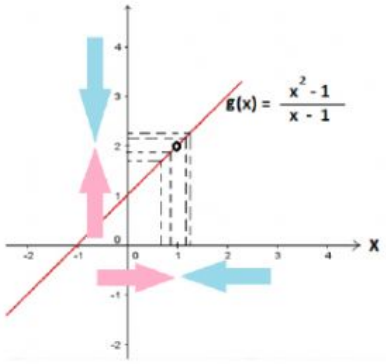
3. Buat tabel fungsi $g(x)$ berdasarkan tahap 1-2!

   Jawab:

   Tabel 6. Nilai pendekatan $g(x)$ untuk setiap nilai x di 1 dan sekitar 1

x	0	...	...	...	0,9	...	...	1	...	1,1	...	...	...	...	2
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

4. Perhatikan hubungan nilai pendekatan pada tabel dengan grafik fungsi $g(x)$!



Gambar 2. Grafik fungsi $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

Pada tabel dan grafik di samping, terlihat jika mensubstitusikan nilai mendekati 1 dari kiri akan menghasilkan nilai $g(x)$ mendekati ... dan jika mensubstitusikan nilai mendekati 1 dari kanan akan menghasilkan nilai $g(x)$ mendekati ... . Sehingga diperoleh bahwa jika x mendekati ... dari kiri maupun kanan, maka nilai fungsi $g(x)$ mendekati ....

5. Jika kata mendekati disimbolkan dengan sebuah panah ($\rightarrow$) maka pernyataan di atas dapat kita tulis:

$$x \rightarrow \ldots \text{ dan } g(x) \rightarrow \ldots$$

6. Apabila x mendekati ... dari kiri dan kanan menghasilkan bilangan ..., maka kita dapat mengubah pernyataan ini ke dalam bentuk:

$$\lim_{x \rightarrow \cdots} (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) = \cdots$$

7. Kita baca limit fungsi ..... untuk x mendekati ..... sama dengan .....

8. Analisa hasil limit kiri dan limit kanan dari tabel maupun grafik.

   a) Limit Kiri

      Ketika nilai x mendekati 1 dari kiri, nilai $g(x)$ mendekati ...

LIVEWORKSHEETS

Ditulis: $\lim_{x \to \dots} -(\dots\dots\dots\dots\dots\dots) = \cdots$

b) Limit Kanan

Ketika nilai x mendekati 1 dari kanan, nilai $g(x)$ mendekati ...

Ditulis: $\lim_{x \to \dots} +(\dots\dots\dots\dots\dots\dots) = \cdots$

Karena nilai limit kiri (</ = / >) nilai limit kanan, maka fungsi $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ untuk x mendekati 1 (mempunyai/tidak mempunyai) limit

Masalah 3

Dipunyai fungsi h yang ditentukan oleh $h(x) = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$ dengan domain $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$. Selidikilah apakah $h(x) = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$ untuk x mendekati 1 mempunyai limit atau tidak!

Tahapan Penyelidikan:

1. Tentukan nilai $h(1)$!

   Jawab:

   $h(1) =$ .....

2. Pilihlah sebarang nilai x disekitar 1 dan substitusikan ke $h(x)$. Kemudian tuliskan dalam tabel yang tersedia secara berurutan.

   Jawab:

   Tabel 7. Nilai pendekatan $h(x)$ untuk setiap nilai x mendekati 1 dari kiri

x	0	...	...	...	0,9	...	...
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...

   Tabel 8. Nilai pendekatan $h(x)$ untuk setiap nilai x mendekati 1 dari kanan

x	...	...	1,1	...	...	...	2
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

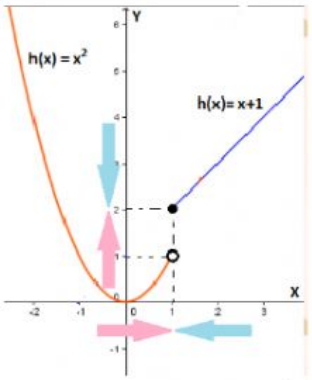
3. Buat tabel fungsi $h(x)$ berdasarkan tahap 1-2!

   Jawab:

   Tabel 9. Nilai pendekatan $h(x)$ untuk setiap nilai x di 1 dan sekitar 1

x	0	…	…	…	0,9	…	…	1	…	1,1	…	…	…	…	2
$g(x)$	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

4. Perhatikan hubungan nilai pendekatan pada tabel dengan grafik fungsi $h(x)$!



Gambar 2. Grafik fungsi $h(x) = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$

Pada tabel dan grafik di samping, terlihat jika mensubstitusikan nilai mendekati 1 dari kiri akan menghasilkan nilai $h(x)$ mendekati … dan jika mensubstitusikan nilai mendekati 1 dari kanan akan menghasilkan nilai $h(x)$ mendekati … . Sehingga diperoleh bahwa jika x mendekati … dari kiri maupun kanan, maka nilai fungsi $h(x)$ mendekati ….

5. Jika kata mendekati disimbolkan dengan sebuah panah (→) maka pernyataan di atas dapat kita tulis:

$$x \to \dots \text{ dan } h(x) \to \dots$$

6. Apabila x mendekati … dari kiri dan kanan menghasilkan bilangan …, maka kita dapat mengubah pernyataan ini ke dalam bentuk:

$$\lim_{x \to \cdots} (\dots\dots\dots\dots\dots\dots) = \cdots$$

7. Kita baca limit fungsi ..... untuk x mendekati ..... sama dengan .....

8. Analisa hasil limit kiri dan limit kanan dari tabel maupun grafik.

   a) Limit Kiri

      Ketika nilai x mendekati 1 dari kiri, nilai $h(x)$ mendekati …

      Ditulis: $\lim_{x \to \dots} -(\dots\dots\dots\dots\dots\dots) = \cdots$

LIVEWORKSHEETS

b) Limit Kanan

Ketika nilai x mendekati 1 dari kanan, nilai $h(x)$ mendekati ...

Ditulis: $\lim_{x \to \dots +} (\dots\dots\dots\dots\dots\dots) = \cdots$

Karena nilai limit kiri (</ = / >) nilai limit kanan, maka fungsi

$h(x) = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$ untuk x mendekati 1 (mempunyai/tidak mempunyai) limit.

SINTAK 4: Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

Setelah selesai mengisi jawaban dari setiap permasalahan, perwakilan kelompok dipersilakan untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Anggota dari kelompok lain yang sedang tidak presentasi, silakan memberikan tanggapan atau pertanyaan.

SINTAK 5: Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah

AYO MENYIMPULKAN!

1. Pengertian limit fungsi aljabar:
   Misalkan f adalah sebuah fungsi $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; L dan $a \in \mathbb{R}$ maka $\lim_{x \to a} f(x) = L$ jika dan hanya jika .....

2. Suatu fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a dikatakan mempunyai limit jika .....

LIVEWORKSHEETS