

E-LKPD

Matematika (A) Kelas XI

KD.3.3 dan 4.3

Penyusun: Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.

Determinan



Ordo 2x2



Kompetensi Dasar

- 3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
- 4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .



Indikator Pencapaian

- 3.4.1. Menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2×2 (C2);
- 3.4.2. Mengidentifikasi fakta pada sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 (C2);
- 3.4.3. Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 (C4).
- 4.4.1. Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 (C3)
- 4.4.2. Menentukan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2×2 (C3)



Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dan menyelesaikan LKPD dengan bimbingan guru, peserta didik diharapkan mampu : 1). menjelaskan determinan matriks berordo 2×2 ; 2).menentukan determinan matriks berordo 2×2 ; 3). menyelesaikan masalah persamaan linear yang berkaitan dengan determinan berordo 2×2 . Sehingga peserta didik menyadari bahwa setiap masalah matematika yang berkaitan dengan materi ini memiliki solusi asalkan pembelajaran diikuti dengan disiplin, integritas tinggi, pantang menyerah, dan berserah kepada Tuhan Yang Maha Esa.

Petunjuk :

- ☞ Bacalah materi terkait dengan determinan matriks ordo 2×2 ;
- ☞ Diskusikan setiap soal pada LKPD berikut bersama teman sebangku;
- ☞ Ikuti petunjuk pada setiap aktivitas yang ada.



Aktivitas 1: Literasi

Mari simak permasalahan dalam bidang ekonomi berikut ini!

Geri memanfaatkan momen *flash sale* yaitu pembelian produk dari aplikasi jual beli *online* dalam waktu terbatas dengan harga yang murah dan biasanya bebas biaya ongkos kirim. Ia membeli dua kotak misteri yang tidak ia ketahui isinya. Kotak misteri biru ia beli seharga Rp35.000,00, sementara kotak misteri berwarna merah ia beli seharga Rp50.000,00. Saat kedua kotak misteri sampai di rumah, ia mendapati kotak-kotak tersebut berisikan produk-produk yang sama. Kotak misteri biru berisikan 2pcs kanebo dan 3pcs semir motor. Kotak misteri merah berisikan 3pcs kanebo dan 4pcs semir motor. Karena Geri hendak menjual kembali produk-produk tersebut, bantulah Geri menentukan harga beli setiap produknya agar dia tidak rugi dalam menentukan harga jual masing-masing produk kanebo maupun semir motor.

Penyelesaian:

Tentu Anda pernah menyelesaikan permasalahan di atas saat mempelajari materi SPLDV. Namun tahukah bahwa permasalahan di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan model matriks?. Pertama-tama Anda susun model sistem persamaan linearnya kemudian selesaikan dengan matriks.

Misalkan : x = harga 1pcs kanebo

y = harga 1pcs semir motor

Alternatif penyelesaian – 1:

Sistem persamaan linearnya adalah : $2x + 3y = 35.000$

$$3x + 4y = 50.000$$

Apabila disusun dalam model matriksnya adalah sebagai berikut:
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35.000 \\ 50.000 \end{bmatrix}$$

Mari kita ingat kembali bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel:

$$\begin{cases} ax + by = s \\ cx + dy = t \end{cases} \text{ bila disusun dalam matriks menjadi } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix}$$

Solusi persamaan di atas adalah:

$$x = \frac{sd - tb}{ad - bc} \quad \text{dan} \quad y = \frac{at - cs}{ad - bc}, \quad ad \neq bc$$

Alternatif penyelesaian – 2:

Perhatikan bilangan skalar yang dihasilkan oleh perkalian $ad - bc$ pada matriks $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. Dalam konsep matriks,

apabila matriksnya adalah $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka bilangan $ad - bc$ tersebut disebut determinan matriks berordo 2×2

dan dinotasikan dengan $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ atau $\det A$ atau $|A|$.

Dengan demikian untuk menentukan nilai x dan y dari permasalahan di atas dapat ditulis menjadi:

$$x = \frac{|D_x|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} s & b \\ t & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 35.000 & 3 \\ 50.000 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{35.000(4) - 50.000(3)}{2 \cdot 4 - 3 \cdot 3} = \frac{140.000 - 150.000}{8 - 9} = \frac{-10.000}{-1} = 10.000$$
$$y = \frac{|D_y|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} a & s \\ c & t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 35.000 \\ 3 & 50.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{(2) \cdot 50.000 - (3) \cdot 35.000}{2 \cdot 4 - 3 \cdot 3} = \frac{100.000 - 105.000}{8 - 9} = \frac{-5.000}{-1} = 5.000$$

Diperoleh harga 1pcs kanebo adalah Rp10.000,00 dan harga 1pcs semir motor adalah Rp5.000,00.

Berdasarkan hasil tersebut disarankan Geri menjual 1pcs kanebo lebih dari Rp10.000,00 dan 1pcs semir motor lebih dari Rp5.000,00 agar tidak mengalami kerugian. Cara penyelesaian SPLDV di atas disebut dengan *Metode Cramer*.

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \neq O$, maka determinan matriks A adalah:

$$|A| = \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Mari berlatih
determinan
matriks 2x2
di sini!



Apabila Kamu belum paham, kamu dapat menyimak video berikut ini!

Aktivitas 2: Menentukan Determinan Matriks Ordo 2x2

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

1. Diketahui matriks $P = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$.

Pilihlah determinan matriks P yang paling tepat:

-17

-13

10

13

17

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$. Tentukan $\det AB$!

Jawab:

Mencari AB:

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \times \dots + 3 \times \dots & 6 \times \dots + 3 \times \dots \\ -4 \times \dots + (-2) \times \dots & -4 \times \dots + (-2) \times \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$|AB| = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots \times \dots - \dots \times \dots = \dots$$

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} x+3 & -3 \\ -1 & 2x \end{bmatrix}$. Jika A adalah matriks singular, tentukan nilai $x_1 + x_2$ yang memenuhi!

Jawab:

$$\begin{aligned} |A| &= 0 \quad \Leftrightarrow (\dots)(\dots) - (\dots)(-3) = 0 \quad \therefore \\ \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \dots & -3 \\ -1 & \dots \end{vmatrix} &= 0 \quad \Leftrightarrow \dots x^2 + \dots x - \dots = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ = -\frac{\dots}{\dots} = \dots \end{array} \right. \\ \Rightarrow a = \dots, \quad b = \dots, \quad c = \dots & \end{aligned}$$

Matriks singular adalah
matriks yang
determinannya bernilai
nol.



Aktivitas 3: Menyelesaikan Masalah Nyata Berkaitan Determinan Matriks Ordo 2x2

Simak bacaan berikut!

Hasna membeli dua parcel yaitu berbentuk kotak dan berbentuk tabung. Masing-masing parcel ia beli seharga Rp55.000,00. Saat ia membuka parcel-parcel yang ia beli, ia mendapati coklat dan jelly yang sejenis. Parcel berbentuk kotak terdiri atas 2pcs coklat dan 5pcs jelly, sementara parcel berbentuk tabung berisikan 3pcs coklat dan 2pcs jelly. Hasna penasaran dengan harga masing-masing coklat dan jelly tersebut.

Bantulah Hasna untuk:

- menyusun permasalahan di atas dalam model matriks;
- menentukan harga satu pcs coklat maupun jelly dengan menggunakan determinan matriks!

Jawab:

Misalkan : $x = \dots$

$y = \dots$

Susunan sistem persamaan linearnya adalah : $\dots x + \dots y = \dots$

$\dots x + \dots y = \dots$

Susunan model matriksnya adalah : $\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

$$x = \frac{|D_x|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots \times \dots - \dots \times \dots}{\dots \times \dots - \dots \times \dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$y = \frac{|D_y|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots \times \dots - \dots \times \dots}{\dots \times \dots - \dots \times \dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

∴ Kesimpulan : harga satu pcs coklat adalah Rp $\dots$ dan harga satu pcs jelly Rp $\dots$



Aktivitas 4: Sifat-sifat Determinan

Isilah pernyataan-pernyataan berikut ini dengan memilih jawaban benar atau salah!

Apabila diketahui $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$



1.	$ A + B \neq A + B $	...
2.	$ AB = A B $	...

3.	$ A = A^T $	...
4.	$ A - B = B - A $	...

Keempat pernyataan di atas merupakan sifat-sifat determinan matrik. Temukan juga sifat-sifat determinan matriks yang lain pada buku modul atau buku paketmu!

Aktivitas 5: Kesimpulan Determinan Ordo 2x2

Dengan kata-katamu sendiri, susunlah kesimpulan yang berisikan tentang kegiatan aktivitas 1-4!

Kesimpulan

