

E-LKPD Matematika Wajib

Kelas XI

Oleh Brigita Wahyu M., S.Pd.



KD 3.1



Tujuan

Setelah menyelesaikan E-LKPD berikut ini, peserta didik diharapkan mampu:

- 1). melakukan operasi aljabar penjumlahan dan pengurangan pada matriks;
- 2). melakukan operasi aljabar berupa perkalian skalar dengan matriks;

Aktivitas 1 : Menyusun Operasi Penjumlahan Matriks

Sebuah perusahaan garmen memiliki dua pabrik yang berlokasi di Jakarta dan Surabaya. Perusahaan itu memproduksi dua jenis produk, yaitu Kaos dan Jas. Biaya untuk setiap jenis produk diberikan pada matriks berikut!

Pabrik di Surabaya			Pabrik di Jakarta		
Produk			Produk		
Komponen Biaya	Kaos	Jas	Komponen Biaya	Kaos	Jas
Bahan	Rp 200 juta	Rp 600 juta	Bahan	Rp 125 juta	Rp 450 juta
Buruh	Rp 20 juta	Rp 80 juta	Buruh	Rp 25 juta	Rp 90 juta

Buatlah model matriks produksi kedua pabrik tersebut!

Jawab:

Apabila data tabel pabrik di Surabaya dan Pabrik di Jakarta di atas disusun dalam suatu matriks berturut-turut matriks S dan matriks J, maka dapat disusun menjadi:

$$S... = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \qquad J... = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$S + J = \begin{bmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Bila Kamu belum paham, Kamu dapat menyimak video berikut ini!



Aktivitas 2 : Operasi Penjumlahan Matriks

Perhatikan matriks di bawah ini !

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Sekarang sebutkan ordo dari setiap matriks di atas !

Matrik A = ... × ...

Matriks C = ... × ...

Matriks B = ... × ...

Matriks D = ... × ...

Dari 4 matriks A, B, C, dan D selidiki apakah setiap dua matriks dapat dijumlahkan!

Sekarang coba kamu jumlahkan matriks A dan B.

$$A + B = \dots$$

Apakah matriks A dan B dapat dijumlahkan? Jawab:

Apakah ordo matriks A dan matriks B sama? Jawab :

Sekarang coba jumlahkan matriks B dan C!

$$B + C = \dots$$

Apakah matriks B dan C dapat dijumlahkan ? Jawab :

Apakah ordo matriks B dan C sama? Jawab :

Coba sekarang jumlahkan matriks C dan D!

$$C + D = \dots$$

Apakah C dan D dapat dijumlahkan ? Jawab :

Apakah ordo matriks C dan D sama? Jawab :



Aktivitas 3 : Operasi Pengurangan Matriks

Dengan cara mengganti operasi penjumlahan dua matriks menjadi operasi pengurangan dua matriks,

Cobalah kurangkan matriks A dan B berikut!

$$A = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \text{Jawab:} \\ A - B = \dots + \dots \\ = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

Menurut kalian, bagaimanakah dengan ordo matriks agar dapat dikurangkan?

Jawab:

Aktivitas 4 : Operasi Perkalian Matriks dengan Skalar

$$\text{Apabila } A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \text{ maka } kA_{m \times n} = \begin{bmatrix} k.a_{11} & k.a_{12} & \dots & k.a_{1j} & \dots & k.a_{1n} \\ k.a_{21} & k.a_{22} & \dots & k.a_{2j} & \dots & k.a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k.a_{i1} & k.a_{i2} & \dots & k.a_{ij} & \dots & k.a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k.a_{m1} & k.a_{m2} & \dots & k.a_{mj} & \dots & k.a_{mn} \end{bmatrix}$$

Cermati soal dan pembahasan berikut ini!

Soal & Pembahasan 2.2: Perkalian Matriks dengan Skalar

Diketahui matriks $B = \begin{bmatrix} -15 & -3 & 9 \\ 6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$, tentukan: (a) $2B$ (b) $\frac{1}{3}B^T$

Jawab:

$$(a) \ 2B = \begin{bmatrix} 2 \times (-15) & 2 \times (-3) & 2 \times 9 \\ 2 \times 6 & 2 \times 0 & 2 \times 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -30 & -6 & 18 \\ 12 & 0 & 24 \end{bmatrix}$$

$$(b) \ \frac{1}{3}B^T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -15 & 6 \\ -3 & 0 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \times (-15) & \frac{1}{3} \times 6 \\ \frac{1}{3} \times (-3) & \frac{1}{3} \times 0 \\ \frac{1}{3} \times 9 & \frac{1}{3} \times 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Soal & Pembahasan 2.3: Penjumlahan, Pengurangan, Perkalian Matriks dengan Skalar

Diketahui matriks $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ dan matriks $Q = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, tentukan:

(a) $P - Q$

(b) $Q - P$

(c) $2P + 2Q$

(d) $2(P + Q)$

Jawab:

$$(a) \ P - Q = \begin{bmatrix} 1 - (-2) & 0 - 1 & -2 - 0 \\ 3 - (-4) & 5 - (-1) & 6 - 3 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 7 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(b) \ Q - P = \begin{bmatrix} -2 - 1 & 1 - 0 & 0 - (-2) \\ -4 - 3 & -1 - 5 & 3 - 6 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -7 & -6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(c) \ 2P + 2Q = \begin{bmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 0 & 2 \times (-2) \\ 2 \times 3 & 2 \times 5 & 2 \times 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \times (-2) & 2 \times 1 & 2 \times 0 \\ 2 \times (-4) & 2 \times (-1) & 2 \times 3 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 6 & 10 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -8 & -2 & 6 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2 - 4 & 0 + 2 & -4 + 0 \\ 6 - 8 & 10 - 2 & 12 + 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -2 & 8 & 18 \end{bmatrix}$$

$$(d) \ 2(P + Q) = 2 \begin{bmatrix} 1 + (-2) & 0 + 1 & -2 + 0 \\ 3 + (-4) & 5 + (-1) & 6 + 3 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 9 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2 \times (-1) & 2 \times 1 & 2 \times (-2) \\ 2 \times (-1) & 2 \times 4 & 2 \times 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -2 & 8 & 18 \end{bmatrix}$$

Aktivitas 5 : Latihan Operasi Aljabar Matriks

Pasangkan matriks-matriks yang sama antara ruas kanan dan kiri apabila diketahui nilai:

$x = 2$ dan $y = -3$!

Geser matriks-matriks berikut ini,
tempatkan pada tanda titik-titik!

$$\begin{bmatrix} x & 6 \\ 5 & y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

= ...

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x & 6 \\ 5 & y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

= ...

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 6 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

= ...

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 10 & y \\ x & (x+y) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & y \\ 6 & -6 \end{bmatrix}$$

= ...

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -5 & y \\ 4 & (x+y) \end{bmatrix}$$

= ...

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 35 & -11 \\ 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 10 & y \\ x & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y & 1 \\ -5 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

= ...

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -10 & -6 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$$



Aktivitas 6 : Latihan Operasi Perkalian Matriks

Citra dan Dewi adalah dua mahasiswa yang menempuh study di luar negeri. Mereka masing-masing membeli bumbu rempah Indonesia. Citra membeli 1 pack terasi, 2 botol serbuk jahe, dan 2 kotak asam jawa. Sementara itu Dewi membeli 2 pack terasi, 2 botol serbuk jahe, dan 3 kotak asam jawa. Harga 1 pack terasi adalah \$5, harga 1 botol serbuk jahe \$9, dan harga 1 kotak asam jawa adalah \$10. Berapakah uang yang dikeluarkan oleh Citra maupun Dewi untuk membayar masing-masing belanjaan mereka?

Tentu saja Kamu bisa menentukan uang yang harus dibayar oleh Citra dan Dewi dengan cara mengalikan masing-masing banyak produk dengan harganya, kemudian menjumlahkannya.

Pengeluaran Citra:

$$\begin{aligned} \text{Harga 1 pack terasi} &\Rightarrow 1 \times \$5 = \$5 \\ \text{Harga 2 botol serbuk jahe} &\Rightarrow 2 \times \$9 = \$18 \\ \text{Harga 2 kotak asam jawa} &\Rightarrow 2 \times \$10 = \$20 \\ \text{Total} &= \$43 \end{aligned}$$

Pengeluaran Dewi:

$$\begin{aligned} \text{Harga 2 pack terasi} &\Rightarrow 2 \times \$5 = \$10 \\ \text{Harga 2 botol serbuk jahe} &\Rightarrow 2 \times \$9 = \$18 \\ \text{Harga 3 kotak asam jawa} &\Rightarrow 3 \times \$10 = \$30 \\ \text{Total} &= \$58 \end{aligned}$$

	terasi	jahe	asam jawa	harga	penjumlahan
Pengeluaran Citra	1	2	2	5	$(1 \times 5) + (2 \times 9) + (2 \times 10)$
Pengeluaran Dewi	2	2	3	9	$(2 \times 5) + (2 \times 9) + (3 \times 10)$
					$= 5 + 18 + 20$
					$= 10 + 18 + 30$
					$= 48$
					$= 58$

Banyak kolom pada matriks pertama harus sama dengan banyak baris pada matriks ke-dua.

$$A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 1} = C_{2 \times 1}$$

Merupakan ordo matriks hasil perkalian.

Operasi perkalian matriks $A \times B$ dapat dilakukan apabila banyak kolom matriks A sama dengan banyak baris matriks B. Misalkan $A_{m \times n}$ dan $B_{n \times p}$ maka $A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$, dimana elemen-elemen matriks $C(c_{ij})$ adalah penjumlahan dari perkalian setiap elemen A baris i dengan setiap elemen B pada kolom j.

Contoh:

Jika $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ dan $B_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} g & h \\ i & j \\ k & l \end{bmatrix}$, maka $A \times B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} g & h \\ i & j \\ k & l \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} ag+bi+ck & ah+bj+cl \\ dg+ei+fk & dh+ej+fl \end{bmatrix}$$

Simak animasi berikut ini apabila Kamu belum paham.



Latihlah kemampuanmu mengalikan dua buah matriks melalui latihan berikut ini!



Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan matriks A^T adalah transpose matriks A.

Tentukan : (a) $A^T A$ (b) Apakah $A^T A = A A^T$?

Jawab:

$$A^T = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A^T A &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots \times (-1) + \dots \times 2 & \dots \times 0 + \dots \times 1 \\ \dots \times (-1) + \dots \times 2 & \dots \times 0 + \dots \times 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A A^T &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (-1) \times \dots + 0 \times \dots & (-1) \times \dots + 0 \times \dots \\ 2 \times \dots + 1 \times \dots & 2 \times \dots + 1 \times \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Apakah $A^T A = A A^T$? Jawab :



Aktivitas 7: Membuat Kesimpulan

Dengan kalimatmu sendiri tuliskan kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari enam aktivitas yang sudah kamu kerjakan!

Tulis kesimpulanmu di sini!

