

1. 다음 중 원과 직선의 위치 관계가 아닌 것은?

두 점에서 만난다
한 점에서 접한다
만나지 않는다
세 점에서 만난다

2. 원과 직선의 위치관계를 파악할 수 있는 방법 중 가장 대표적인 두 가지 방법에 대해 그 과정을 자세하게 써 보세요.(hint: 판별식, 원의 중심과 직선 사이의 거리)

방법1 원과 직선의 교점의 x 좌표를 근으로 가지는 방정식을 $f(x) = 0$ 라 하자.
 판별식 이면 두 점에서 만난다.
 판별식 이면 한 점에서 접한다.
 판별식 이면 만나지 않는다.

방법2 원의 중심과 직선사이의 거리를 d 라하고 원의 반지름을 r 이라 하자.
이면 두 점에서 만난다.
이면 한 점에서 접한다.
이면 만나지 않는다.

3. 원의 접선을 구하는 공식 두 가지를 유도하는 과정에 대해 여러 가지 방법으로 서술한 것입니다. 빈칸을 채워보세요.

■ 기울기가 주어진 원의 접선의 방정식

원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

방법1 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 하자.
 원의 중심(0, 0)과 직선 사이의 거리를 d 라고 하면 이므로
 $n = \pm r\sqrt{m^2 + 1}$ 이다.

방법2 원 $x^2 + y^2 = r^2 \dots \textcircled{1}$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식을 $y = mx + n \dots \textcircled{2}$ 이라 하자. $\textcircled{2}$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입한 방정식 $f(x) = 0$ 에 대한 판별식을 D 라 하면 이므로 $n = \pm r\sqrt{m^2 + 1}$ 이다.

■ 원 위의 점에서의 접선의 방정식

원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2$$

방법1 $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0$ 일 경우 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식을 $\ell: y = m(x - x_1) + y_1$ 이라 하자. 원의 중심을 O 라하면 $\overline{OP} \perp \ell$ 이므로 $\overline{OP}$ 의 기울기 $\times m = \text{input}$ 이다. 따라서 $m = -\frac{x_1}{y_1}$ 이다. 그러므로 $\ell: x_1x + y_1y = r^2$ 이다.
 $x_1 = 0$ 또는 $y_1 = 0$ 일 경우 접점을 지나는 반지름과 접선이 이 됨을 이용하면 $\ell: x_1x + y_1y = r^2$ 임을 알 수 있다.

방법2 $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0$ 일 경우 원 $x^2 + y^2 = r^2 \dots \textcircled{1}$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식을 $\ell: y = m(x - x_1) + y_1 \dots \textcircled{2}$ 이라 하자. $\textcircled{2}$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입한 방정식 $f(x) = 0$ 에 대한 판별식을 D 라 하면 이므로 $m = -\frac{x_1}{y_1}$ 이다. 따라서 $\ell: x_1x + y_1y = r^2$ 이다.
 $x_1 = 0$ 또는 $y_1 = 0$ 일 경우 방법1과 동일하게 설명.

4. 원 밖의 한 점 (c, d) 에서 중심이 (a, b) 이고 반지름이 r 인 원에 그은 접선의 방정식을 구하는 방법에 대해 설명한 것입니다. 빈칸을 채워주세요.

(c, d) 를 지나는 직선의 방정식은 $y = m(x - c) + d$ 라 할 수 있다. 이 직선과 원의 중심 (a, b) 사이의 거리를 d 라 하면 임을 이용하여 직선의 기울기 m 을 구할 수 있다.

5. 원의 방정식에서 배운 것을 적어보세요.