PERSAMAAN TRIGONOMETRI

Matematika Minat

Kelas 11

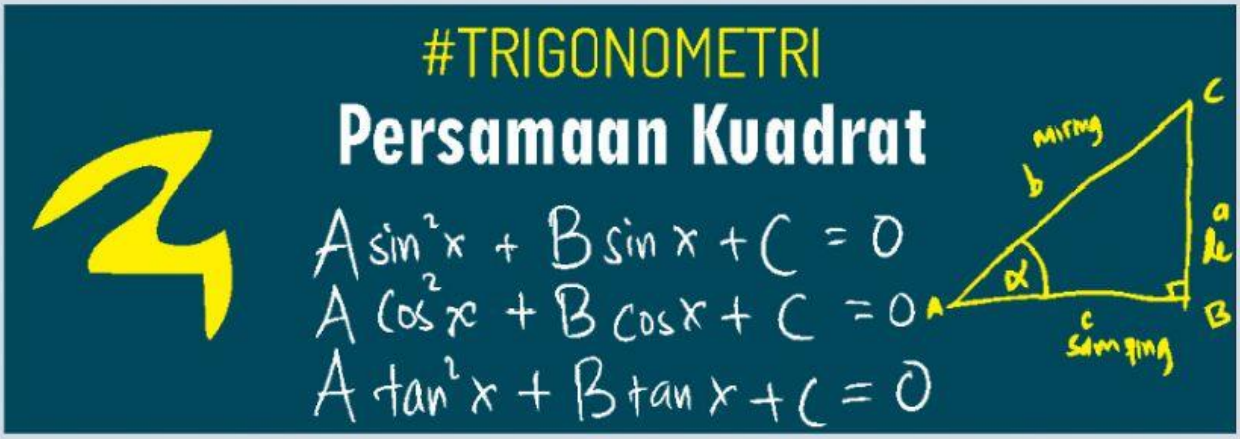
MATH WORKSHEETS

(E-LKS MATEMATIKA)

By: Wulan Dini

LIVEWORKSHEETS

B. Persamaan trigonometri bentuk kuadrat



Selain persamaan trigonometri bentuk dasar yang sudah kita pelajari sebelumnya, ada bentuk persamaan trigonometri lain yaitu dalam bentuk kuadrat, atau persamaan trigonometri yang mengharuskan kita untuk mengubahnya menjadi persamaan kuadrat sehingga penyelesaian bisa kita peroleh dengan menggunakan aturan dalam persamaan kuadrat.

Oleh karena itu kalian harus sudah memahami tentang pemfaktoran dan menguasai identitas trigonometri dengan baik.

Perlu diingat juga bahwa rentang nilai trigonometri adalah

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \; dan \; -1 \leq \cos x \leq 1$$

Dan tak kalah pentingjuga untuk diingat Kembali terkait identitas trigonometri diantaranya:

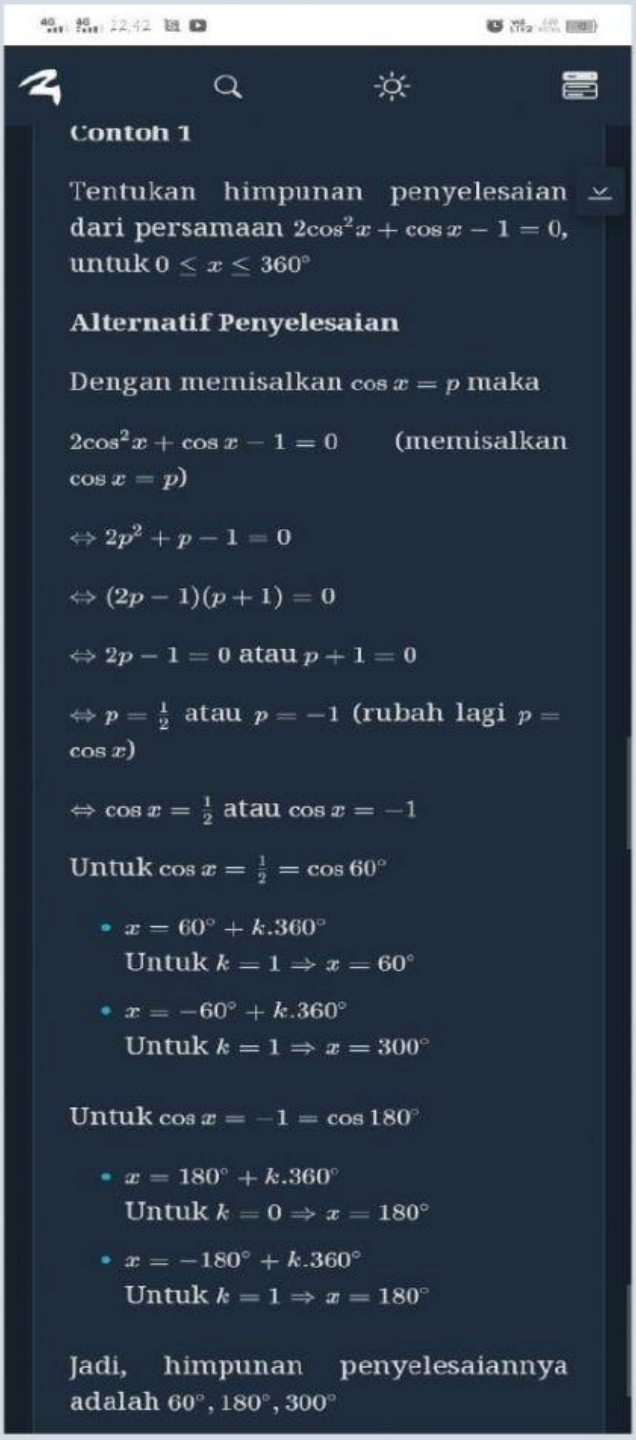
$$sin^2 x + cos^2 x = 1$$

Begitu pula:

$cos^2 x = 1 - sin^2 x \quad dan \quad sin^2 x = 1 - cos^2 x$

LIVEWORKSHEETS

Perhatikan contoh soal berikut!



Contoh 1

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$, untuk $0 \leq x \leq 360^\circ$

Alternatif Penyelesaian

Dengan memisalkan $\cos x = p$ maka

$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ (memisalkan $\cos x = p$)

$\Leftrightarrow 2p^2 + p - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (2p - 1)(p + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2p - 1 = 0$ atau $p + 1 = 0$

$\Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$ atau $p = -1$ (rubah lagi $p = \cos x$)

$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$ atau $\cos x = -1$

Untuk $\cos x = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$

- $x = 60^\circ + k.360^\circ$
  Untuk $k = 1 \Rightarrow x = 60^\circ$
- $x = -60^\circ + k.360^\circ$
  Untuk $k = 1 \Rightarrow x = 300^\circ$

Untuk $\cos x = -1 = \cos 180^\circ$

- $x = 180^\circ + k.360^\circ$
  Untuk $k = 0 \Rightarrow x = 180^\circ$
- $x = -180^\circ + k.360^\circ$
  Untuk $k = 1 \Rightarrow x = 180^\circ$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$

LIVEWORKSHEETS

Contoh Soal 2

Tentukan himpunan penyelesaian untuk $\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$ untuk $0° \leq x \leq 360°$

Alternatif penyelesaian:

Misal $p = \cos x$

$\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$

$p^2 - p - 2 = 0$

$(p - 2)(p + 1) = 0$

$p_1 = 2$ atau $p_2 = -1$

$\cos x = 2$ atau $\cos x = -1$

($\cos x = 2$ tidak memenuhi)

Ingat, nilai $-1 \leq \cos x \leq 1$

Sehingga $\cos x = -1$

$x = 180° + k.360°$

diperoleh nilai $x = 180°$ atau himpunan penyelesaiannya $\{180°\}$

Kalian juga bisa tonton penjelasan dari youtube terkait contohl soal dari persamaan trigonometri berikut!



Sekarang silakan kalian coba kerjakan soal-soal berikut!

LIVEWORKSHEETS

Agar kalian dapat lebih memahami penyelesaian persamaan trigonometri bentuk kuadrat dengan baik, silakan coba kalian kerjakkan soal berikut ini

Catatan: Isi dengan benar kotak yang disediakan

Tentukanlah nilai x yang memenuhi persamaan trigonometri bentuk kuadrat berikut!

1. $2\ cos^2x - 5\cos x + 2 = 0\ untuk\ 0^0 \leq x \leq 360^0$

   Penyelesaian:

   Misalkan $p =$, maka:

   $2\ cos^2x - 5\cos x + 2 = 0$

   $2\ \ ^2 - 5\ \ + 2 = 0$

   $(\quad)(\quad) = 0$

   atau

   atau

   Karena $p = \cos x$, maka

   atau (untuk tidak ada nilai yang memenuhi)

   Jadi, $\alpha =\ ^0$

   - $x = \alpha + k.360^0$

     $x =\ \ + k.\ \ ^0$

     untuk $k = 0, diperoleh\ x =\ \ ^0$
   - $x = -\alpha + k.360^0$

     $x =\ \ + k.\ \ ^0$

     Untuk $k = 1, diperoleh\ x =\ \ ^0$

   Jadi, HP={ ^{0}, ^{0}}

2. $tan^2x - 2\tan x = -1\ untuk\ 0^0 \leq x \leq 540^0$

   Penyelesaian:

   Kita ubah dulu bentuk $tan^2x - 2\tan x = -1$ menjadi

   $tan^2x - 2\tan x + 1 = 0$

   Misalkan $p =$, maka:

   $tan^2x - 2\tan x = -1$

   $tan^2x - 2\tan x + 1 = 0$ (pindah ruaskan -1 ke sebelah kiri)

   ^{2}

   $(\quad)(\quad) = 0$

LIVEWORKSHEETS

atau

atau

Karena $p =$, maka

Jadi, $\alpha =$ ^{0}

- $x = \alpha + k.180^0$
  $x =$ $+ k.$ ^{0}
  untuk $k = 0, diperoleh\ x =$ ^{0}
  untuk $k = 1, diperoleh\ x =$ ^{0}
  untuk $k = 2, diperoleh\ x =$ ^{0}

  Jadi, HP={ ^{0}, ^{0}, ^{0}}

3. $2\ cos^2x - 9\sin x + 3 = 0\ untuk\ 0^0 \leq x \leq 360^0$

   Penyelesaian:

   $2\ cos^2x - 9\sin x + 3 = 0$

   $2($ ^{2} $) = 0$ (ubah $cos^2x = 1 - sin^2x$)

   $2 - 2sin^2x -$ $+$ $= 0$

   $-2sin^2x -$ $+$ $= 0$

   $2sin^2x +$ $-$ $= 0$ (kalikan semua dengan -1)

   Misalkan $p =$, maka:

   $2sin^2x +$ $-$ $= 0$

   2 $^2 +$ $-$ $= 0$

   $($ $)($ $) = 0$

   atau

   atau

   Karena $p = \sin x$, maka

   atau (untuk tidak ada nilai yang memenuhi)

   Jadi, $\alpha =$ ^{0}

   - $x = \alpha + k.360^0$
     $x =$ $+ k.$ ^{0}

LIVEWORKSHEETS

untuk $k = 0, diperoleh\ x =$ ^{0}

- $x = (180^0 - \alpha) + k.360^0$
  $x = (180^0 - \ ) + k.360^0$

  $x = \quad + k. \quad ^0$
  Untuk $k = 0, diperoleh\ x =$ ^{0}

  Jadi, HP={ ^{0} , ^{0}}

LIVEWORKSHEETS